



MAGYAR AGRÁR- ÉS  
ÉLETTUDOMÁNYI EGYETEM

Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem

TERMÉNYSZÁRÍTÓK OPTIMÁLIS  
ANYAGÁRAMLÁSI CSATORNÁI

Doktori (PhD) értekezés

Bablana Adrienn

Gödöllő

2025

## **A doktori iskola**

**megnevezése:** Műszaki Tudományi Doktori Iskola

**tudományága:** Agrárműszaki Tudományok

**vezetője:** Prof. Dr. Kalácska Gábor  
egyetemi tanár, DSc  
MATE Műszaki Intézet

**Témavezető(k):** Prof. Dr. Keppler István  
egyetemi tanár, PhD  
MATE Műszaki Intézet

.....  
Az iskolavezető jóváhagyása

.....  
A témavezető(k) jóváhagyása

## TARTALOMJEGYZÉK

JELÖLÉSJEGYZÉK .....	5
1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉSEK .....	7
1.1. A téma időszerűsége és jelentősége .....	7
1.2. Célkítűzések .....	8
2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS .....	9
2.1. Siló kifolyás-boltozódás, szárító magmozgás kísérleti vizsgálatok .....	9
2.2. A brachisztokron-probléma .....	13
2.3. Diszkrét elemek módszere .....	15
2.4. DEM szemcsealak .....	17
2.5. DEM modell kalibrálás .....	20
2.6. Silókban és szárítóberendezésekben lezajló folyamatok DEM modellje.....	22
3. ANYAG ÉS MÓDSZER.....	32
3.1. Kísérleti vizsgálatok .....	32
3.1.1. Szárító magmozgás vizsgálatok .....	32
3.1.2. Szemek osztályozása, szemek alakjának meghatározása.....	42
3.1.3. Kukorica rugalmassági modulusz mérés.....	46
3.1.4. Rézsűszög mérés .....	49
3.2. A numerikus modell mikromechanikai paraméterei .....	51
3.2.1. Szemcsék anyagsűrűségének meghatározása a halmazsűrűség ismeretében.....	52
3.2.2. Numerikus modell kalibrációja .....	54
3.3. Egyenes lamella hajlásszög változtatás hatása.....	57
3.4. Egyenes és ciklois lamella geometria összehasonlítása .....	66

4. EREDMÉNYEK .....	75
4.1. Az egyenetlenségi tényező.....	75
4.2. A falsúrlódás hatása .....	76
4.3. A belső súrlódás hatása .....	77
4.4. A lamella dőlésszög hatása .....	78
4.5. Optimális lamella geometria .....	79
4.6. Új tudományos eredmények.....	81
5. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK .....	83
6. ÖSSZEFOGLALÁS.....	84
7. SUMMARY .....	85
MELLÉKLETEK.....	86
M1. Irodalomjegyzék .....	86
M2. Az értekezés témaköréhez tartozó saját publikációk.....	92
M3. A numerikus modellekben felhasznált szemcsék tulajdonságai.....	93
M4. Kukorica rugalmassági modulusának meghatározása .....	97
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS .....	99

## JELÖLÉSJEGYZÉK

Latin betűs jelölések:

$A$  – téglalap felülete [ $\text{mm}^2$ ]

$a$  – téglalap vízszintes oldala [mm]

$B$  – a siló szélessége [m]

$b$  – téglalap függőleges oldala [mm]

$C$  – ciklois görbe egyenletének konstansa súrlódásos esetben [-]

$C_r$  – szemcsék közötti ütközési tényező [-]

$D$  – kitároló henger külső átmérője [mm]

$d$  – kitároló henger belső átmérője [mm]

$E$  – rugalmasági modulusz [MPa]

$E_0$  – redukált rugalmassági modulusz [MPa]

$F_n$  – normálerő [N]

$F_t$  – érintő irányú erő [N]

$G$  – csúsztató rugalmassági modulusz [MPa]

$G_0$  – redukált csúsztató rugalmassági modulusz [MPa]

$g$  – nehézségi gyorsulás [ $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ]

$K$  – Janssen-konstans [-]

$L$  – keresztfej elmozdulása [mm]

$L_0$  – kukoricaszemek kiindulási mérete [mm]

$M_r$  – normál irányhoz tartozó nyomaték komponens [Nm]

$M_t$  – érintőirányhoz tartozó nyomatékkomponens [Nm]

$m$  – tömeg [kg]

$m_0$  – redukált tömeg [kg]

$R$  – szemcsesugár [mm]

$R_0$  – redukált sugár [mm]

$s$  – megtett út [m]

$T_R$  – Rayleigh-féle időlépték [s]

$t$  – idő [s]

$t_{AB}$  – az A és B pontok közötti távolság megtételéhez szükséges idő [s]

$v$  – haladási sebesség  $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

$v_{nrel}$  – szemcsék normál irányú relatív sebessége  $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

$v_{trel}$  – szemcsék érintő irányú relatív sebessége  $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

$x$  – vízszintes koordináta [m]

$y$  – függőleges koordináta [m]

Görög betűs jelölések:

$\alpha$  – szemcsehalmaz rézsűszöge [ $^\circ$ ]

$\delta_n$  – normál átfedés [mm]

$\delta_t$  – érintőirányú átfedés [mm]

$\varepsilon$  – fajlagos megnyúlás [-]

$\vartheta$  – sebességtényező [-]

$\mu_{fal}$  – szemcse-fal közötti súrlódási tényező [-]

$\mu_{szemcse}$  – szemcsék közötti súrlódási tényező [-]

$\mu_r$  – mozgásbeli súrlódási tényező [-]

$\mu_s$  – nyugalásbeli súrlódási tényező [-]

$\nu$  – Poisson-tényező [-]

$\xi$  – egyenetlenségi tényező [-]

$\rho_p$  – szemcse sűrűsége  $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$

$\sigma$  – normálfeszültség [MPa]

$\omega$  – kitároló henger szögsebessége  $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$

$\omega_i$  – i-edik szemcse szögsebessége  $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$

## 1. BEVEZETÉS, CÉLKITŰZÉSEK

A betakarított szemestermények víztartalmának csökkentése (szárítása) elengedhetetlenül fontos része azok további feldolgozásra vagy tárolásra való előkészítésének. Ez a feladat ideális esetben a napenergia közvetlen felhasználásával, természetes szárítással megoldható. A fejlett ipari országok élelmiszer- és alapanyag igényét kielégítő mennyiségű szemestermény természetes úton nem szárítható: mesterséges szárítás szükséges. A mesterséges szárítás igen magas energiaigénye és esetenként környezetkárosító hatása miatt igyekeznünk kell a szárítás feladatát a lehető legnagyobb hatékonysággal elvégezni. Dolgozatomban ezt a hatékonyságnövelést kívánom elérni gravitációs rendszerű keresztáramú szárítóberendezés konstrukciójának módosításával.

### 1.1. A téma időszerűsége és jelentősége

A mezőgazdaságban a szárítás a közvetlen energiahordozó felhasználás 60-80%-át is lekötheti [Beke, 1997, Baker, 1997]. Ez alapján nyilvánvaló, hogy a szárítás hatékonyságának növelése elemi érdeke minden szárítással foglalkozó vállalkozásnak. A hatékonyságnövelésnek két fő iránya lehet, egyrészt a termodinamikai folyamatok optimalizálása (például a felhasznált fosszilis energiahordozók fajlagos mennyiségének csökkentésével), másrészt pedig a szemcsemozgási folyamatok befolyásolásában rejlő lehetőségek kihasználása. Dolgozatomban a második lehetőséget vizsgálom. Az explicit dinamikai modellezési módszerek fejlődése (különösképpen a számítási kapacitás jelentős növekedése) lehetővé tette a kutatók számára, hogy részleteiben vizsgálhassák a szárítóberendezésekben lezajló szemcsemozgási folyamatokat [Mellmann és Teodorov, 2011, Keppler et al., 2012].

A végtermék minőségét jelentősen befolyásolja annak alul- vagy túlszárítása, amit jelentős mértékben befolyásol a szemestermény által a szárítóban eltöltött idő [Mellman et al., 2011]. A szárítóberendezésben eltöltött idő értéke a szemcsemozgás sebességviszonyaitól függ, ennek elemzésére pedig kiválóan alkalmas a diszkrét elemek módszere (DEM) [Cundall és Strack, 1979]. A korábbi kutatások az egyenes lamellák szögállásának és térbeli eloszlásának változtatásával próbálták elérni az egyenletes anyagáramlási viszonyokat. Azonban az ilyen irányú további módosítások már nem mutatnak szignifikáns javulást az anyagáramlás egyenletességének tekintetében [Keppler és Bablena, 2024]. Dolgozatomban megmutatom, hogy a lamellák (légbefúvó csatornák) geometriájának módosítása további anyagáramlási egyenletesség javulást eredményezhet, mellyel a szárítási veszteségek tovább csökkenthetők.

## 1.2. Célkitűzések

Kutatásaim célja gravitációs rendszerű keresztáramú szárítóberendezések optimális lamella geometriájának kialakítása.

A cél elérése érdekében a következő kérdéseket kívánom megvizsgálni:

1. Milyen mértékegység nélküli jellemzőt használhatunk a szárítóbeli anyagáramlás egyenetlenségének leírására?
2. A szemcsék és a fal közötti kölcsönhatások tribológiai jellemzői hogyan befolyásolják a szárítóbeli anyagáramlás egyenetlenségét?
3. A szemcsék közötti kölcsönhatások tribológiai jellemzői hogyan befolyásolják a szárítóbeli anyagáramlás egyenetlenségét?
4. A szárítóberendezés egyenes lamelláinak szögállása hogyan befolyásolja a szárítóbeli anyagáramlás egyenetlenségét?
5. Létezik olyan (az egyenestől eltérő) lamella geometria kialakítás, amellyel tovább javítható az anyagáramlás egyenetlensége és ezáltal a szárítás hatékonysága?

Dolgozatomban megmutatom, hogy egy, a 17. századból származó geometriai probléma [Bernoulli, 1696, Euler, 1744] analitikus megoldásának felhasználásával és numerikus módszerek együttes alkalmazásával lehetséges az optimális geometria létrehozása.



## 2. SZAKIRODALMI ÁTTEKINTÉS

Európában a betakarított szemestermények megfelelő nedvességtartalomra való szárítása elengedhetetlen, hogy megfelelő minőségben, minél kisebb veszteséggel tudjuk tárolni a terményeket. A szárítás egy szétválasztó művelet, a folyamat során hőbevezetés történik, a szilárd vagy folyékony nyersanyag átalakul szilárd terméké a nyersanyagban található folyadék elpárologtatásával vagy gőz halmazállapotúvá válásával [Mujumdar és Beke, 2002]. A szárítási folyamatok teljeskörű modellezése során a hőtani és áramlástanai folyamatok, valamint a magmozgások együttes hatását szükséges vizsgálni. Ez olyan bonyolultságú feladatot jelent, aminek az egyes kutatók csak bizonyos részeivel foglalkoznak. Számos kutató foglalkozik a szárítás energiafogyasztásának csökkentésével, amely például elérhető a szárítólevegő hőmérsékletének, valamint áramlási sebességének módosításával [Jokiniemi és Ahokas, 2014].

Ezek a kutatók általában a dinamikus egyensúlyi állapotban lévő, folyamatos szemcseáramlást feltételező egyszerűsített modellekkel foglalkoznak és a levegőáramlással kapcsolatban is több egyszerűsítő feltételezéssel élnek [Bruce, 1984]. Giner et al. [1998] és Giner és Bruce [1998] szerint a be- és kilépő légcatornák körül párhuzamos, ellen- és keresztáramú mozgásviszonyok jönnek létre. A bemenő termény nedvességtartalmának változását elsősorban két paraméter befolyásolja: a szárítólevegő hőmérséklete és a magmozgás sebessége [Rumsey és Rovedo, 2001, Wu et al., 2004, Sitompul, 2007].

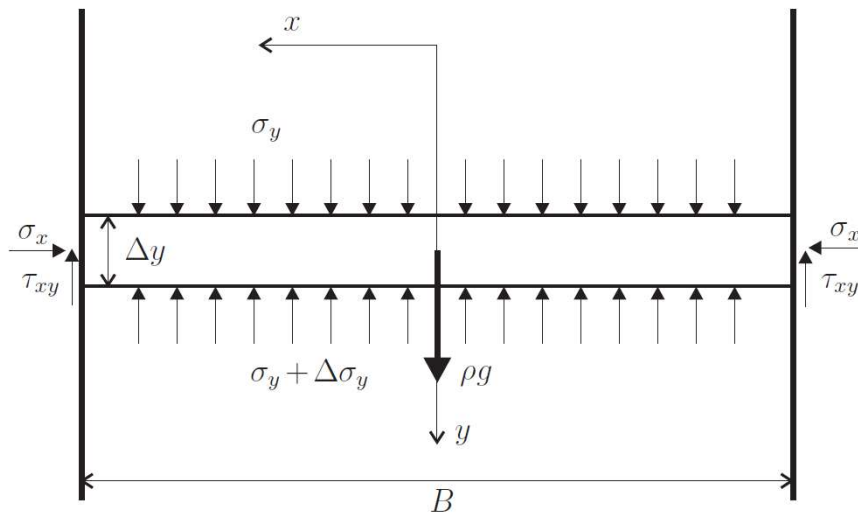
Kukorica esetén az egyik leginkább elterjedt szárítási módszer a gravitációs rendszerű keresztáramú szárítóberendezések használata [Keppler et al., 2012]. A szárítóberendezés belső kialakítása nagy hatással van az áthaladó terményhalmaz kinematikai jellemzőire [Klinger, 1977, Mellmann és Teodorov, 2011, Keppler et al., 2012, Khatchaturian et al., 2013]. A kevertáramú szárítóberendezésekben a szemek elhelyezkedése nagyban befolyásolja a sebesség- és nyomásviszonyokat [Cenkowski et al, 1990].

### **2.1. Siló kifolyás-boltozódás, szárító magmozgás kísérleti vizsgálatok**

A szárító és a benne tárolt szemcsehalmaz kölcsönhatása jelentős hasonlóságot mutat a silóban tárolt és abból kiáramló szemesterményhalmaz és a siló között lezajló mechanikai folyamatokkal. A szemestermények különleges mechanikai viselkedésére utaló első kísérleti eredmények Janssen 1895-ös vizsgálataihoz kapcsolódnak [Janssen, 1895].

Az ideális folyadékokkal ellentétben a szemestermény halmazok bizonyos mértékig képesek nyírófeszültségek felvételére. A falsúrlódás miatt a töltet tömegét részben a siló fala hordozza, ezért a függőleges feszültségösszetevő értéke nem lineárisan növekszik a mélység függvényében. Ennek a változásnak a jellegét Janssen [1895] vizsgálta elsőként, kísérleti úton.

Janssen analitikus megoldást is adott a problémára a siló falának egy  $\Delta y$  vastagságú szeletének egyensúlyát vizsgálva, a silóban tárolt anyagot folytonos közegnek tekintve (2.1. ábra).



2.1. ábra:  $\Delta y$  vastagságú szelet egyensúlya Janssen szerint [Keppler, 2006]

A falsúrlódás figyelembevétel a siló falnyomás értékének lineáristól való eltérését eredményezte, a kapott összefüggés pedig a barometrikus magasságformulához hasonlít:

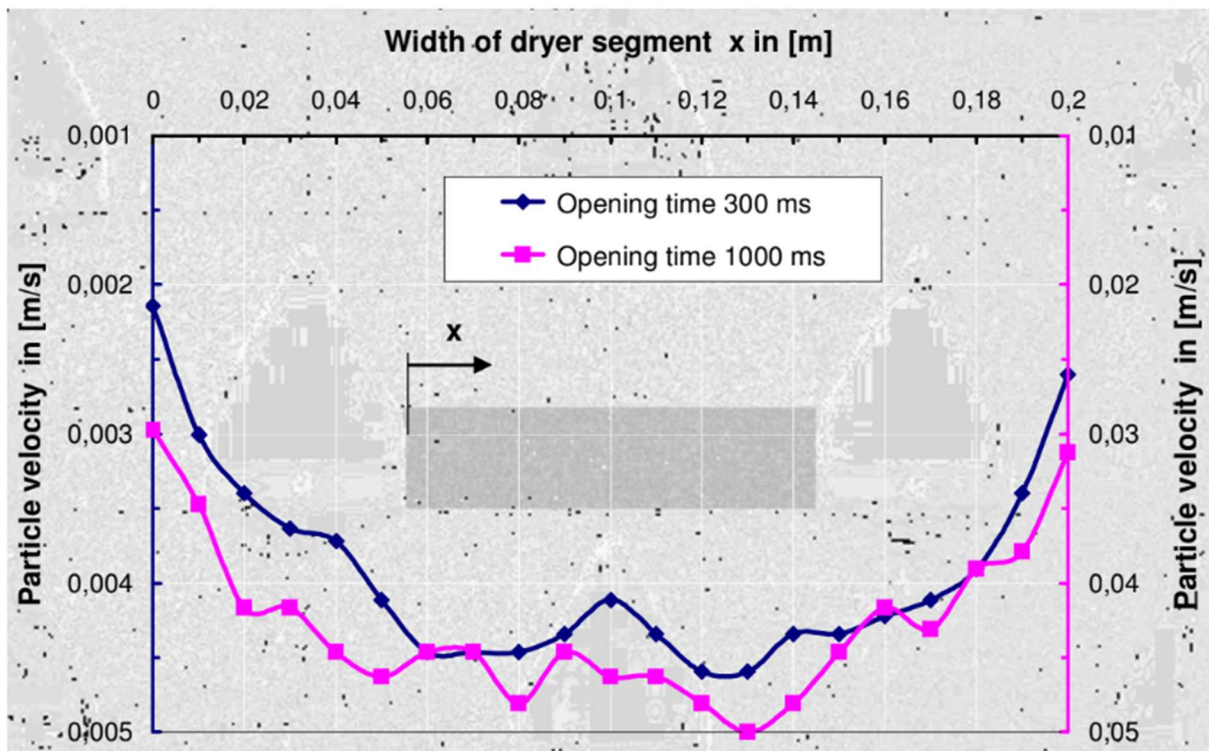
$$\sigma_y = \frac{B\rho g}{2K} \left(1 - e^{-\frac{2K}{B}y}\right), \quad (2.1)$$

ahol  $\rho$  az anyag sűrűsége  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ ,  $g$  a nehézségi gyorsulás  $\left[\frac{m}{s^2}\right]$ ,  $B$  a siló szélessége [m] és  $K$  a Janssen-konstans [-].

A szárítóberendezésen belül is hasonló mechanikai folyamatok játszódnak le, mint egy silóban, a berendezés csatornaszűkületei azonban tovább bonyolítják a jelenséget [Jenike, 1964a]. Ennek a jelenségnek a kísérleti vizsgálatával foglalkozott Artoni et al. [2011]. Számos más kutató is foglalkozott ennek a jelenségnek a leírásával, először kontinuum modell alkalmazásával [Enstad, 1975, Tardos, 1997, Vanel et al., 2000, Ayuga et al., 2001].

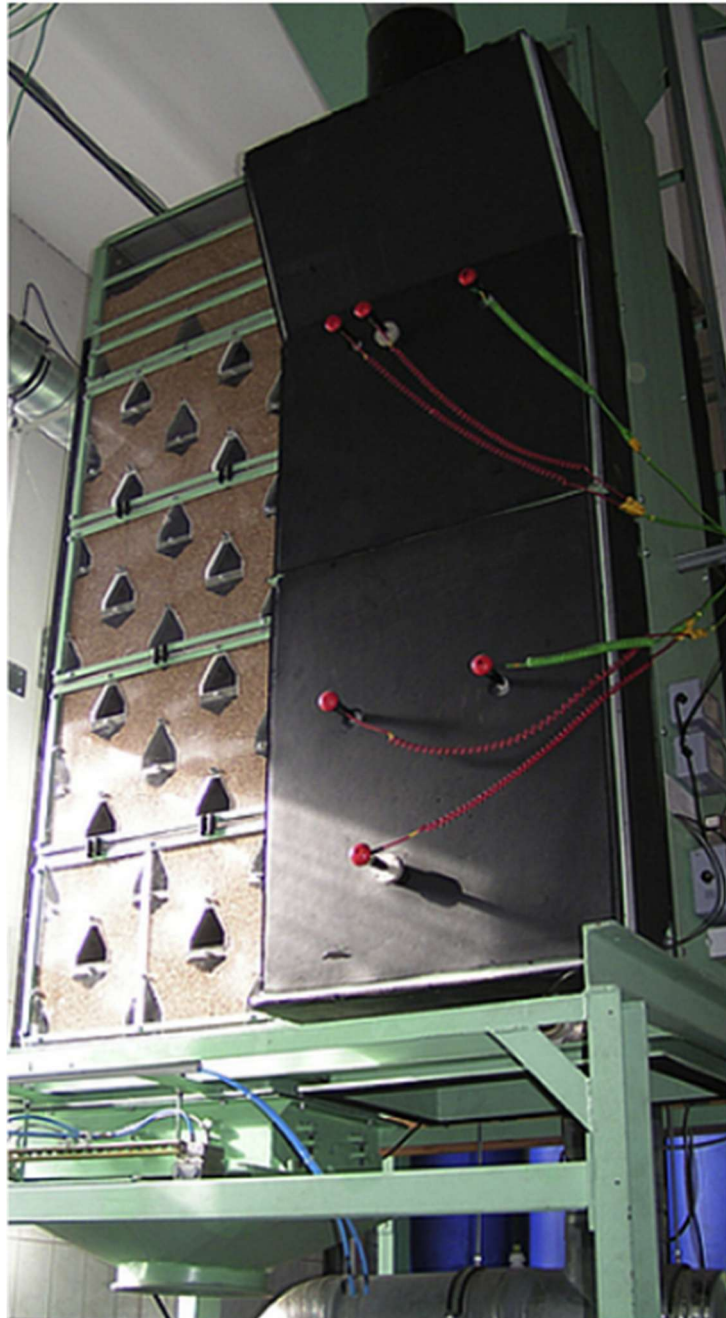
Ebben az esetben az analitikus modellek alkalmazási lehetőségét korlátozza a nagyszámú, térben elosztott csatornaszűkület jelenléte. Emellett az analitikus modellek nem tudják leírni az anyagáramlás megszakadása során létrejövő diszkontinuitásokat.

A szárítóberendezésben lezajló anyagáramlási folyamatok kísérleti vizsgálatát végezte el Kocsis et al. [2008]. Kísérleti vizsgálataikkal kimutatták, hogy a szárítóberendezés légcatornáinak közötti anyagmozgatás egyenetlen (2.2. ábra).



2.2. ábra: Egyetlen sebességeloszlás a légvezetékek környezetében [Kocsis et. al 2008]

Mellmann modellszáritón végzett kísérleti vizsgálatait [Mellmann és Teodorov, 2011, Mellmann et al., 2011] azt mutatták, hogy a jelenlegi szárító kialakítások a tartózkodási idő, a nedvességtartalom és a szemhőmérséklet széles eloszlását eredményezik. A nedvességtartalom egyenetlenségét elsősorban az alkalmazott légcsatorna elrendezés befolyásolja. A kísérleti vizsgálataik során alkalmazott modellszáritó (2.3. ábra) két párhuzamosan, függőlegesen elhelyezett szárítóaknából áll: az egyiket a szemcseáramlási vizsgálatokhoz, a másikat a szárítási kísérletekhez használják. A szárítót egy elevátor táplálja, amely a gabonát a felső töltőszekcióba szállítja. Ez kapcsolódik egy légkondicionáló rendszerrel és egy számítógépes mérő- és vezérlőberendezéssel. Az általuk használt szárítóberendezés kb. 2 m magas, 0,6 m széles és 0,4 m vastagságú, összesen 26 be- és kilépő légcsatornával rendelkezik.



2.3. ábra: Modellszárító felépítése [Mellmann et. al. 2011]

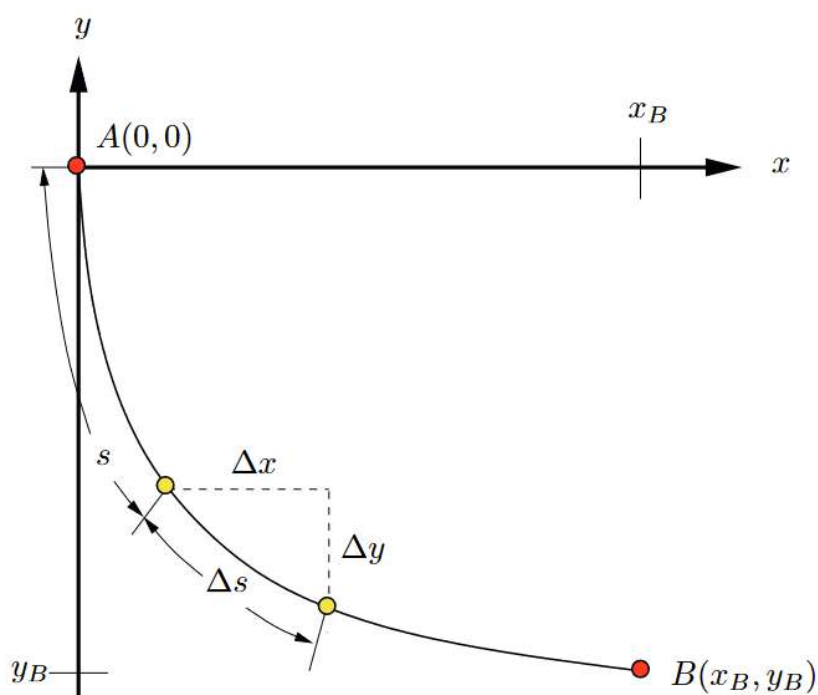
Mellmann kísérleti vizsgálatai valamint az analitikus modellek megmutatták, hogy elsősorban a ferde falakkal való kölcsönhatás okozza az anyagáramlási egyenetlenségeket.

Mellmann azonos tartózkodási időre vonatkozó hipotézisét tovább gondolva feltételezem, hogy az optimális anyagáramlási viszonyok elérése érdekében mind a fal mellett, mind az anyagáramlási csatorna középvonalában lefelé haladó szemcséknek ugyanannyi idő alatt kell áthaladnia a szárítóberendezés egy modulján. Ez a feltételezés azonban csak akkor igaz, ha a szárítóberendezés teljes térfogatán megegyeznek a szárítandó közeg termodinamikai tulajdonságai. Ezen homogenitási feltétel teljesülésének a vizsgálata nem része a dolgozatomnak, csak a szemcsemozgási folyamatokat vizsgáltam.

## 2.2. A brachisztokron-probléma

Egy szemcse lefelé haladó mozgásának kérdése egy klasszikus mechanikai problémára világít rá: a brachisztokron (a legrövidebb idő) problémára. Ezt először Johann Bernoulli fogalmazta meg [Bernoulli, 1696], melynek első megoldását Newton és Leibnitz publikálta egymástól függetlenül [Newton, 1697, Leibnitz, 1697].

Bernoulli kérdése a következő volt: Milyen alakú az a súrlódásmentes pálya, amelyen az egymás alatt, de nem ugyanazon a függőleges egyenesen elhelyezkedő  $A$  és  $B$  pont közötti utat a legrövidebb idő alatt teszi meg egy pontszerű test? (2.4. ábra) Ez a feladat a variációszámítás egyik klasszikus problémája. A feladat matematikai megfogalmazása a következő [Taylor, 2005]:



2.4. ábra: A Brachisztokron-probléma [Pesch, 2012]

Az  $A$  pontból  $B$  pontig történő mozgás ideje:

$$\int_A^B \frac{ds}{v} = \int_A^B \frac{ds}{\sqrt{2gy}} \quad (2.2)$$

Az  $A$  és  $B$  pont távolsága:  $ds = \sqrt{x'(y)^2 + 1} dy$ , így az eltelt idő ( $t_{AB}$ ):

$$t_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^{y_B} \frac{\sqrt{x'(y)^2 + 1}}{\sqrt{y}} dy. \quad (2.3)$$

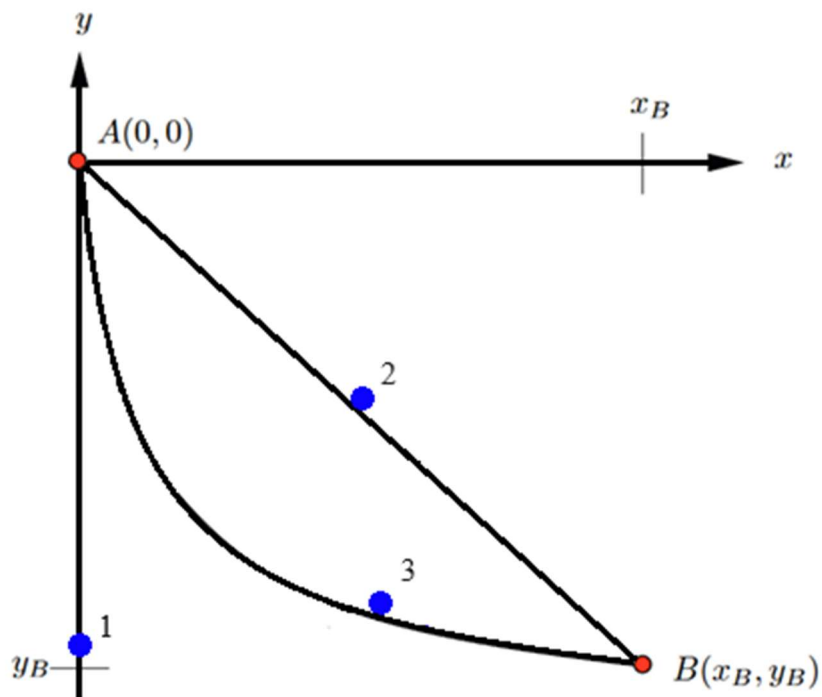
Ebben az esetben egy integrált minimalizáló  $x(y)$  függvény egyenletét keressük. Ennek meghatározására felírjuk a probléma Euler-Lagrange egyenletét:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{d}{dy} \frac{\partial f}{\partial x'} \quad (2.4)$$

ahol  $f(x, x', y) = \frac{\sqrt{x'^2 + 1}}{\sqrt{y}}$ . A differenciálegyenlet megoldásaként egy ciklois egyenletét kapjuk:

$$\begin{aligned} x &= a(\theta - \sin \theta) \\ y &= a(1 - \cos \theta), \end{aligned} \quad (2.5)$$

ahol az  $a$  paramétert geometriai feltételek alapján választjuk.



2.5. ábra: Tömegpont mozgása súrlódásmentes felületeken

A 2.5. ábrán három tömegpont mozgását láthatjuk ugyanabból a kezdőpontból kiindulva. A tömegpontok azonos időpillanatban indulnak kezdősebesség nélkül, csak a gravitációs gyorsulás hat rájuk. Az 1. pont szabadeséssel, a 2. pont egy súrlódásmentes lejtőn, a 3. pont pedig egy szintén súrlódásmentes, de ciklois alakú pályán halad lefelé. Amennyiben csak a függőleges irányú elmozdulás komponenseket vizsgáljuk, úgy a ciklois alakú pályán haladó pont helyzete van a legközelebb a szabadeséssel haladó pontéhoz.

A súrlódás figyelembevétele esetén is létezik analitikus megoldás, mely jóval bonyolultabb. Számos kutató foglalkozott ezzel a témával, [Wensrich, 2004, Hayen, 2005, Čović és Vesković, 2008, Sumbatov, 2017], az eredményül kapott görbék a gyakorlat szempontjából csak elhanyagolható mértékben térnek el a súrlódásmentes esetben kapott ciklois alakú görbétől [Barsuk és Paladi, 2023]:

$$\begin{aligned} x(\theta) &= \frac{C}{2} (\theta - \sin \theta + \mu (1 - \cos \theta)) \\ y(\theta) &= \frac{C}{2} (1 - \cos \theta + \mu (\theta + \sin \theta)) + y_0, \end{aligned} \tag{2.6}$$

ahol a  $C$  és  $y_0$  paramétereket a geometriai feltételek alapján választjuk.

Természetesen a teljes szemcsehalmaz mozgása egy szárítóberendezésen belül jóval bonyolultabb probléma, mivel a halmaz esetében figyelembe kell venni a szemcsék közötti, illetve a szemcsefal közötti kölcsönhatásokat is, ezért az általam felvetett probléma analitikus megoldásának létezésére nem számíthatunk, ebben az esetben numerikus megoldásra van szükség. Az anyagáramlás folytonosságának időnkénti megszakadása nem teszi lehetővé a végeselem alapú numerikus módszerek alkalmazását, ezért a diszkrét elemek módszerének felhasználása mellett döntöttem.

### 2.3. Diszkrét elemek módszere

A diszkrét elemek módszerét Cundall és Strack [1979] fejlesztette ki a 70-es években. A módszer alkalmazása során a rendszer a halmazban található minden egyes szemcsére megoldja a mozgásegyenletet, figyelembe véve a szemcsék közötti, illetve a szemcsék és a határoló falak közötti kapcsolatot is. A megfelelő pontosság érdekében a számításokat igen kis időléptékkel kell elvégezni, emiatt a módszer nagyobb mennyiségű szemcsét tartalmazó halmazok esetén rendkívül számításiigényes [Bagi, 2007].

Ahhoz, hogy a szárítóberendezésben lezajló szemcsemozgásokat vizsgáljam, az EDEM 2.7. diszkrét elemes szoftver akadémiai verzióját használtam. A szimulációk során a szemcsék közötti kapcsolati erők számításához minden esetben a „Hertz-Mindlin with no slip” kapcsolati modellt

használtam. A beállított anyagjellemzők és kapcsolati tulajdonságok nagyban befolyásolják a normál- és érintőirányú erőkomponensek nagyságát. Az említett kapcsolati modell használata során az erők normál komponensei a következőképpen számíthatók [DEM 2012]:

$$F_n = \frac{4}{3}E_0\delta^{\frac{3}{2}}\sqrt{R_0} - 2\sqrt{\frac{5}{6}\frac{\ln C_r}{\sqrt{\ln^2 C_r + \pi^2}}}\sqrt{2E_0^4\sqrt{R_0}\delta}\sqrt{m_0}v_{\text{rel}}, \quad (2.7)$$

ahol az  $\frac{1}{E_0} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$  összefüggésből megkaphatjuk az  $E_0$  redukált rugalmassági moduluszt. A  $\delta$  normál átfedés jelentős szerepet játszik a kapcsolati erők számítása során, mely a következőképpen határozható meg: legyen két szemcse, melyet  $i$  és  $j$  jelöl, a súlypontok egymáshoz képest viszonyított helyzete  $x_i$  és  $x_j$ , a sugaruk pedig  $R_i$  és  $R_j$ . Ekkor  $\delta = R_i + R_j - (x_j - x_i)$ . A 2.7 egyenletben szereplő redukált sugár a következőképpen számítható:  $R_0 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ , a redukált tömeg hasonlóképpen számítható:  $m_0 = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ . Végül a 2.7 egyenletben szereplő  $v_{\text{rel}}$  a szemcsék közötti relatív sebesség normál komponense.

Két szemcse közötti érintőirányú erőkomponens a következőképpen számítható:

$$F_t = -8G_0\sqrt{R_0}\delta\delta_t - 2\sqrt{\frac{5}{6}\frac{\ln C_r}{\sqrt{\ln^2 C_r + \pi^2}}}\sqrt{2G_0^4\sqrt{R_0}\delta}\sqrt{m_0}v_{\text{rel}}, \quad (2.8)$$

ahol a redukált rugalmassági moduluszhoz hasonló összefüggést írhatunk fel a  $G_0$  redukált csúsztató rugalmassági modulusz esetére, azaz  $\frac{1}{G_0} = \frac{2-\nu_1}{G_1} + \frac{2-\nu_2}{G_2}$ , ahonnan a  $G_0$  számítható.  $\delta_t$  a két szemcse közötti érintőirányú átfedés, a  $v_{\text{rel}}$  pedig a szemcsék közötti relatív sebesség érintőirányú komponense.

A szemcsék közötti  $F_n$  és  $F_t$  erőkomponensek között a Coulomb-törvény teremt kapcsolatot, azaz  $F_t = \mu_s F_n$ , ahol a  $\mu_s$  a nyugalásbeli súrlódási tényező. Ez az összefüggés biztosítja, hogy az érintőirányú komponens nem lehet nagyobb a normál irányú komponensnél.

A szemcsékre ható erőkön kívül definiálható még az adott komponensekből származó nyomaték, azaz  $M_r = -\mu_r F_N R_i \omega_i$ , ahol  $R_i$  jelöli az  $i$ -edik szemcse súlypontja és az érintkezési pont közötti távolságot,  $\omega_i$  a szögsebességvektor irányába eső egységvektor, mely az  $i$ -edik szemcse forgásirányát jelöli ki,  $\mu_r$  pedig a mozgásbeli súrlódási tényező. Hasonlóan határozható meg az  $F_t$  érintőirányú erőkomponens  $M_t$  nyomatéka:  $M_t = F_t R_i$ .



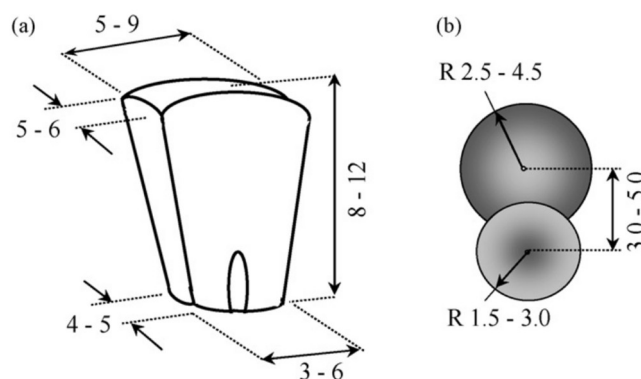
A szimulációk során minden egyes szemcse mozgásegyenlete a lendület-, illetve a perdülettel felhasználásával határozható meg. Ez egy differenciálegyenletekből álló egyenletrendszert határoz meg, amely numerikusan, rengeteg kis időlépésre oldható meg. Az időlépték megválasztása jelentős hatással van a számítások eredményére, illetve annak pontosságára. A szimulációimban a Rayleigh-féle időlépték ( $T_R$ ) 25%-os értékével ( $\delta t$ ) számoltam, azaz:

$$\delta t = 0,25T_R = 0,25 \cdot (0,1631\nu + 0,8766)^{-1}\pi R \left(\frac{\rho_p}{G_p}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

ahol a  $\nu$  a Poisson tényező [-],  $G_p$  a csúsztató rugalmassági modulusz  $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right]$ .

## 2.4. DEM szemcsealak

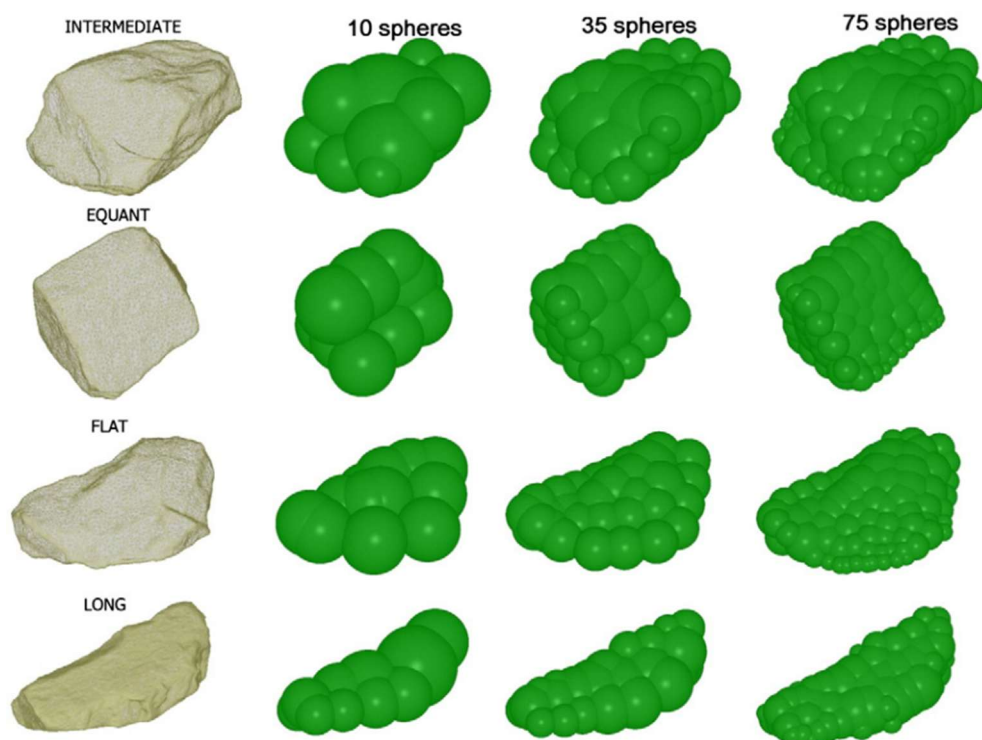
A diszkrét elemes szimulációkban a számítási teljesítmény és idő csökkentése miatt gyakran használják a gömb (vagy 2D szimulációkban kör) alakú szemcséket, noha a szemcsealak ez egyik olyan paraméter, ami leginkább befolyásolja az eredmény pontosságát [Lu et al., 2015]. Ha összehasonlítunk két esetet, az egyikben gömb alakú szemcsék között definiálunk súrlódást, a másik esetben a gömbtől eltérő szemcsék között súrlódásmentes a kapcsolat, a gömb alakú szemcsék szimmetriája miatt az eredmények még így is kevésbé lesznek pontosak és használhatóak [Zhou et al., 2013]. Emiatt célszerű a gömbtől eltérő szemcsealakat alkalmazni. A legegyszerűbb példa erre: Coetzee és Els [2009] kukorica szemcsék síkbeli mozgásának modellezésére kétdimenziós, két körből álló szemcsealakat használt (2.6. ábra).



2.6. ábra: Kukoricaszem modell két körből (a méretek mm-ben szerepelnek) [Coetzee és Els, 2009]

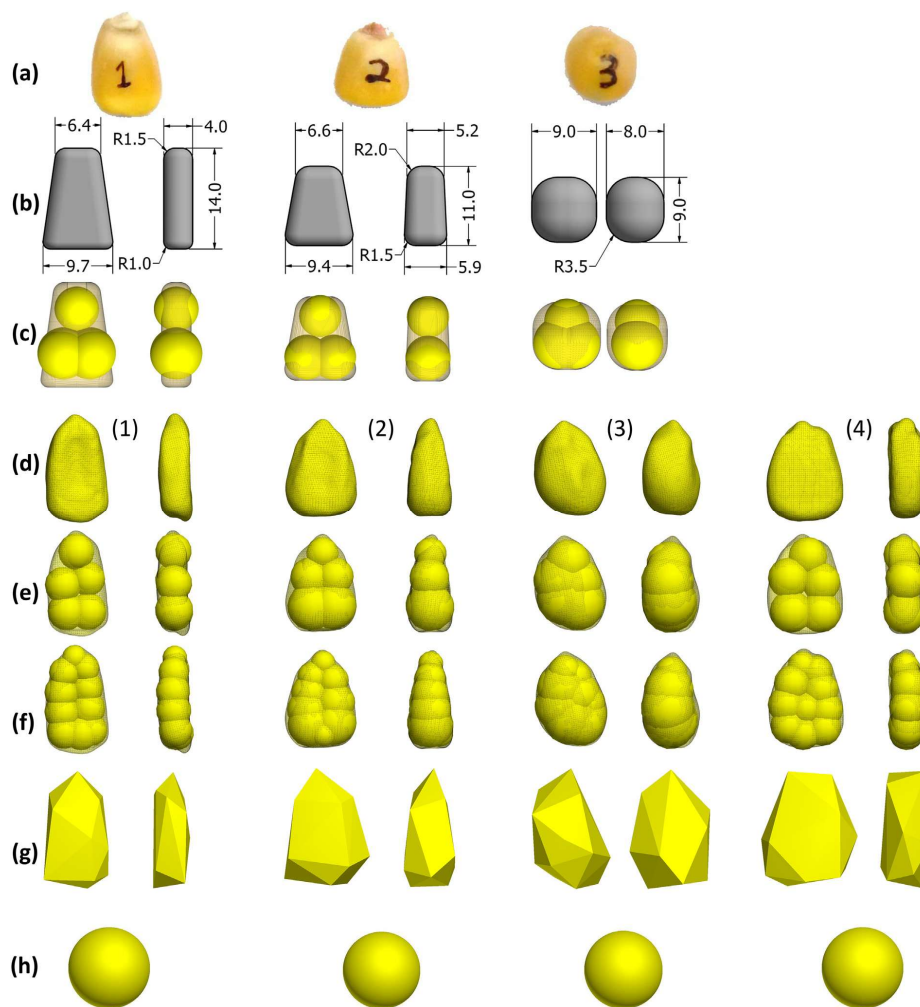
Az alkalmazott szemcsealakkal nyíróvizsgálatot, illetve rézsűszög mérést végeztek, melynek eredménye szerint a halmaz belső súrlódási szöge függ a szecsek közötti súrlódási tényezőtől, illetve a megadott rugalmassági modulusz értékektől. Ez utóbbi azért is fontos, mivel a szimulációs idő csökkentésére gyakran használt módszer a szemcsék rugalmassági modulusz értékének lehető legkisebbre való megválasztása. Ebben az esetben figyelni kell, hogy ha ezt a módszert alkalmazzuk, akkor már a kalibrálás során is ezzel a választott értékkel kell a szimulációkat elvégezni [Simons et al., 2015, Oldal et al., 2017, Talafha et al., 2022, Talafha és Oldal, 2022].

A gömbtől eltérő szemcsealakok alkalmazása során kérdés, hogy mennyire érdemes pontosan modellezni a geometriát. Coetzee és Nel [2014] már 3D modelleket használt ennek a kérdésnek a vizsgálatához. Munkájukban kövek geometriáját modellezték különböző számú gömbből (10, 35, 75 db) összeállított diszkrét elemes modellekkel (2.7. ábra). A vizsgálatokból azt a következtetést vonták le, hogy a valós geometriát nem célszerű túlzott pontossággal közelíteni, mivel a felhasznált szemcsék száma is nagyban befolyásolja a szimulációs időt, azonban egy határon túl a szimulációk pontossága már nem fog érdemben nőni [Kuhn és Bagi, 2009]. További probléma, hogy a szemcsék „összeragasztásakor” az átlapolás miatt a szemcsék anyagsűrűségére különösen figyelni kell.



2.7. ábra: Kövek geometriájának közelítése különböző számú gömbbel [Coetzee és Nel, 2014]

A nagyméretű kövek geometriájának vizsgálata után Coetzee [2020] kukoricaszemből álló halmazokat vizsgált, a szimulációk során többféle közelítő geometriai alakzattal végzett vizsgálatokat (2.8. ábra). Az itt felhasznált kukoricaszem osztályozás nagyon hasonló az általam végzett osztályozáshoz, ezt az anyag és módszer fejezetben részletesen bemutatam. Coetzee [2020] eredményei azt mutatták, hogy a rézsűszög mérés már önmagában elegendő a sűrűlási tényező és a gördülési ellenállás kalibrálásához.

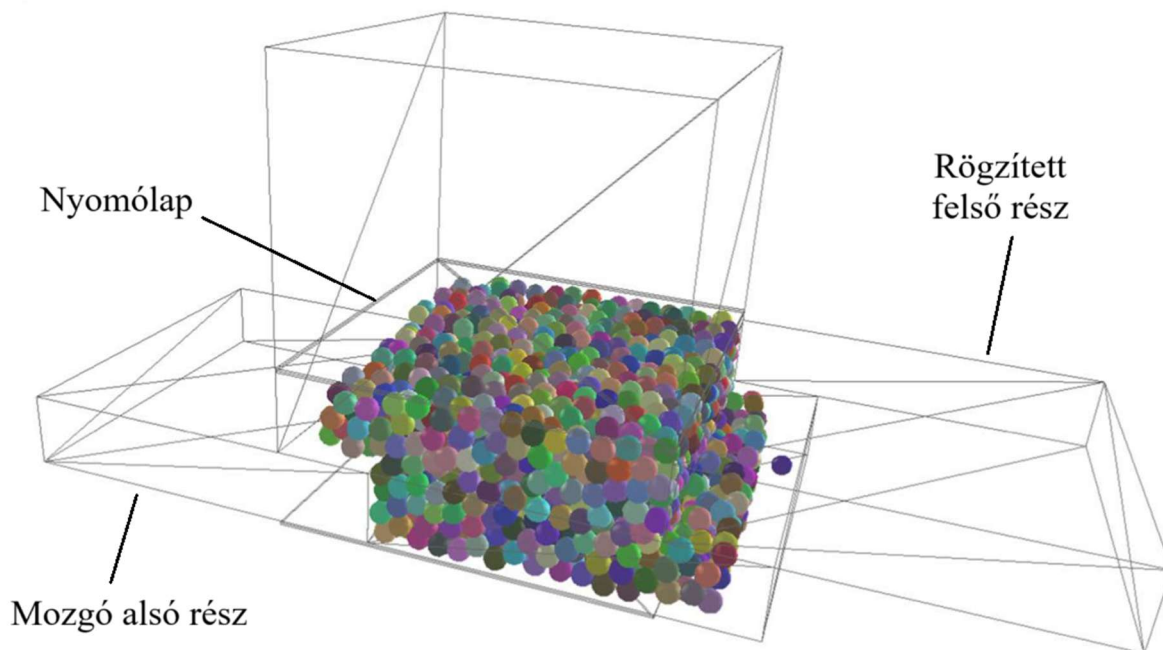


2.8. ábra: Háromféle kukoricaszem alak (a), egyszerű CAD modellek (b), 3 gömbből álló közelítés (c), 3D szkennelt szemek (d), 5 gömbből álló szemcsék (e), 10 gömbből álló szemcsék (f), poliéderrel közelített szemcsealakok (g), gömb alakú szemcsék (h) [Coetzee, 2020]

## 2.5. DEM modell kalibrálás

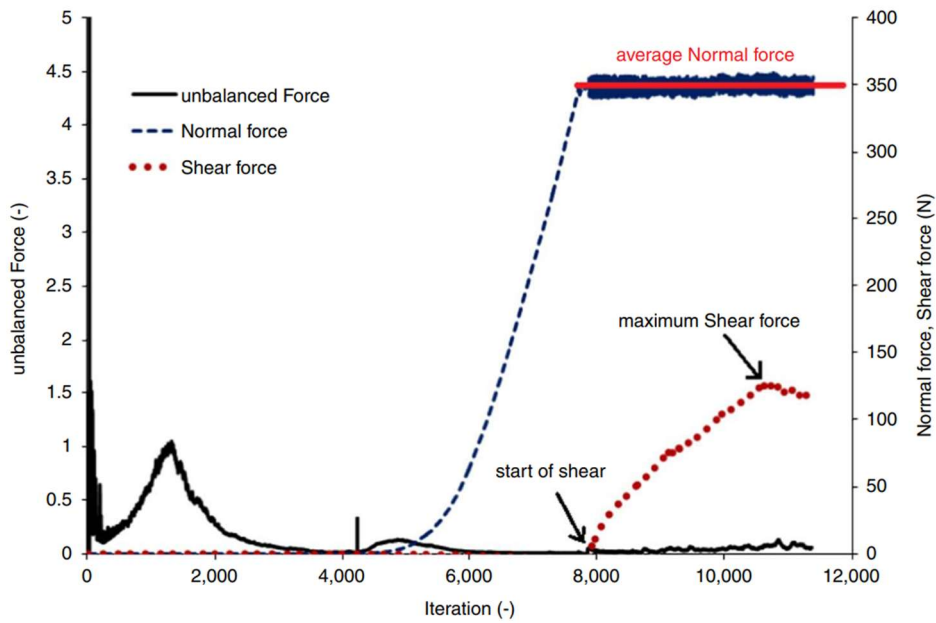
Grima és Wypych [2010], valamint Coetzee [2020] a kalibráláshoz különböző laboratóriumi vizsgálatok eredményeit (nyomóvizsgálat, nyíróvizsgálat, rézsűszög mérés) használta fel.

Keppler et al. [2016] szintén nyíróvizsgálatot használt a kalibrálás elvégzésére (2.9. ábra), a háromdimenziós, gömbökből összerakott szemcsealak jelentős hatással volt a makromechanikai paraméterekre.



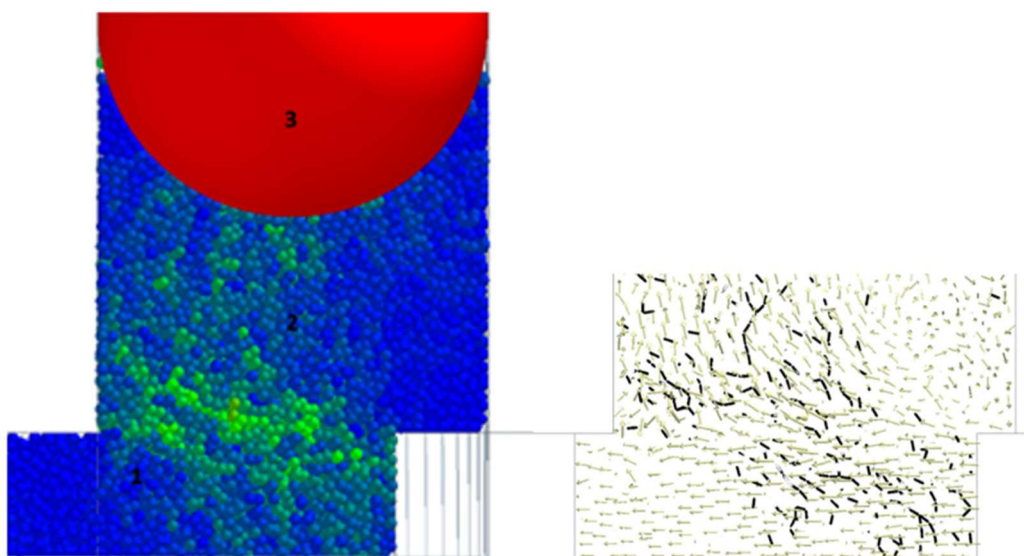
2.9. ábra: Téglalap alakú nyírókészülék modellje [Keppler et al., 2016]

Ezekben a szimulációkban a nyírókészülék alsó részét mozgatva hozták létre a nyírást. Az állandó függőleges terhelés biztosítása a nyomólap elmozdulásának finomvezérlésével történt (csökkenő terhelés esetén a lap lefelé, növekvő terhelés esetén pedig felfelé mozdult el, hogy a terhelés állandó értékű maradjon, 2.10. ábra).



2.10. ábra: Erő-elmozdulás diagramok [Keppler et al., 2016]

Későbbi munkájukban Keppler et al. [2022] téglalap alakú nyírókészülék helyett hengeres nyírókészüléket használtak, ahol a nyomólap vezérlése helyett egy, a nyírókészülék felső részének átmérőjével egyező méretű szemcse súlyát használták terhelésnek (2.11. ábra), így a terhelés állandósága automatikusan biztosítva volt. A 2.11. ábrán 3. számmal jelölt terhelő elem gömb alakja megakadályozta a terhelő elem megbillenésének lehetőségét is. A Saint-Venant-elv szerint a kellő távolságra elhelyezkedő terhelőelem alakja nem befolyásolta a nyírási síkban kialakuló erőviszonyokat.

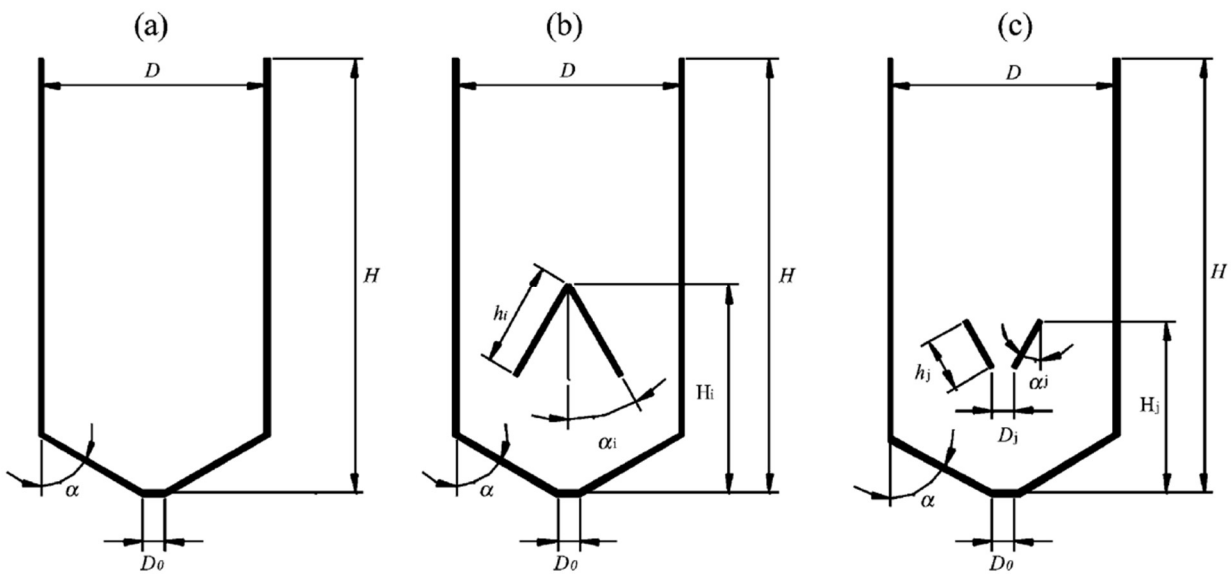


2.11. ábra: Hengeres nyírókészülék modellje [Keppler et al., 2022]

## 2.6. Silókban és szárítóberendezésekben lezajló folyamatok DEM modellje

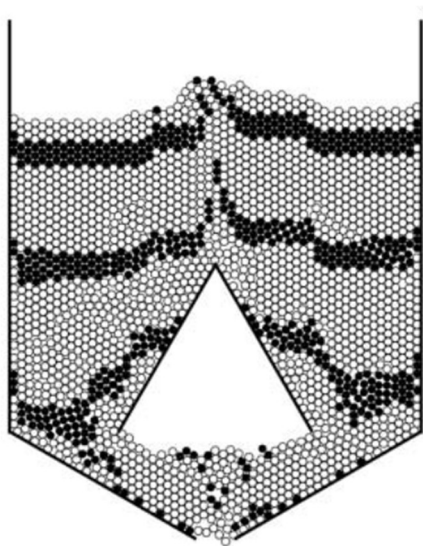
Tárolóból való kifolyás modellezése volt az első olyan témakör, amellyel számos DEM kutatás foglalkozott. A diszkrét elemes módszer elterjedése óta ez az eljárás silóbeli nyomásviszonyok modellezésére, silóból történő kifolyás, illetve terelőelemek alkalmazásának vizsgálatára is alkalmasnak bizonyult [Ristow, 1997, Masson és Martinez, 2000; Yang és Hsiau, 2001, Anand et al., 2008, Gonzalez-Montanello et al., 2012, Horabik et al., 2016].

Yang és Hsiau [2001] különböző geometriájú terelőlemezek szemcsemozgásra és a falnyomásra való hatását vizsgálta kétdimenziós diszkrét elemes modell segítségével (2.12. ábra).



2.12. ábra: Yang és Hsiau [2001] két dimenziós modelljének geometriája (a) terelőelemek nélkül, (b) ék alakban elhelyezett terelőelemekkel, (c) tölcsér alakban elhelyezett terelőelemekkel

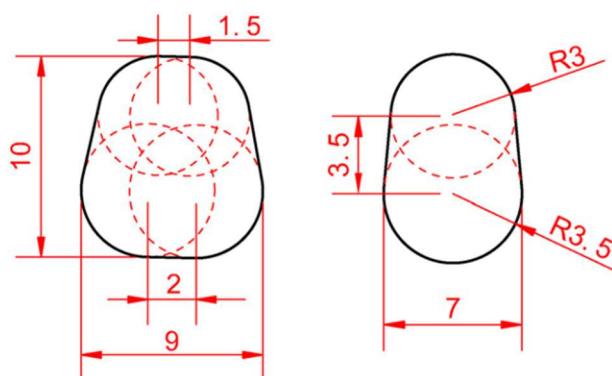
Yang és Hsiau [2001] Színezett csíkok „deformációjával” vizsgálta a sebességviszonyok alakulását az akadályok környezetében (2.13. ábra). Érdekes megfigyelni, hogy már egy ilyen leegyszerűsített, kör alakú szemcsékből álló halmaz kétdimenziós modellje is azt mutatja, hogy a ferde falak környezetében lelassul az anyagáramlás. Ez a szárítóberendezésben kialakuló mozgásviszonyok szempontjából is fontos.



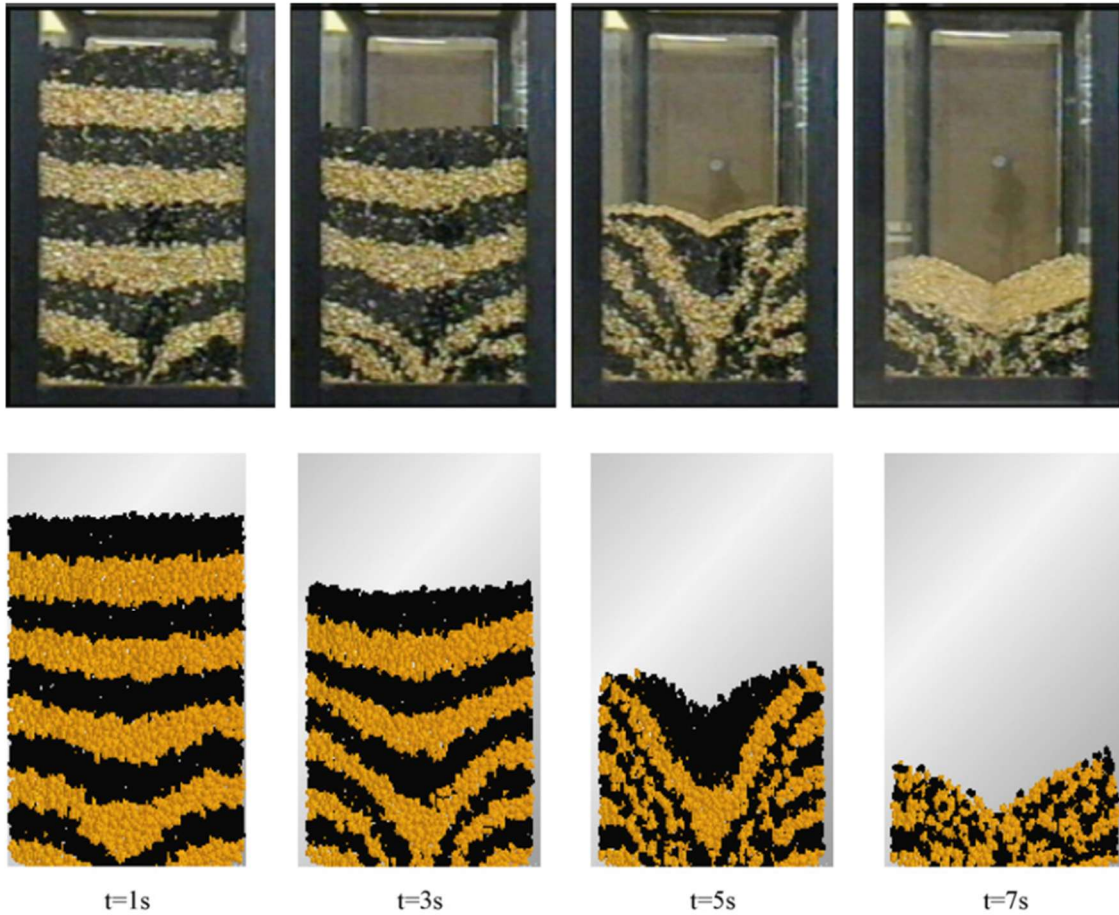
2.13. ábra: Színezett csíkok Yang és Hsiau [2001] modelljében

A szemcsehalmaz a szűkülő keresztmetszeteken való átfolyás során olyan öntartó boltíveket alkot, amelyek képesek az anyag kiömlésének megakadályozására [Jenike, 1964b, Keppler, 2009]. Oldal kimutatta [Oldal et al., 2012], hogy a boltívek kialakulásának és összeomlásának folyamata is jelentős hatással van az anyagáramlás sebességviszonyaira. Kruggel-Emden et al. (2009) kimutatta, hogy a kifolyási idő és a sebességviszonyok jelentős mértékben függenek a szemcse súrlódási tényező értékétől.

Tao et. al. [2010] egy téglalap alapú, lapos aljú, szintén téglalap alakú ürítőnyílással ellátott tartályból való kiürülést vizsgáltak. Szimulációikban gömb alaktól eltérő, a kukoricaszem alakját négy gömb összeragasztásával közelítő szemcsék (2.14. ábra) tartályból való kiürítése esetén a halmaz középső, illetve a fal mellett haladó fele közötti függőleges sebességkülönbség jóval nagyobb, mint gömb alakú szemcsék alkalmazása során. A mozgásviszonyok bemutatására mind a kísérletben, mind a szimulációban színezett csíkokat használtak (2.15. ábra).

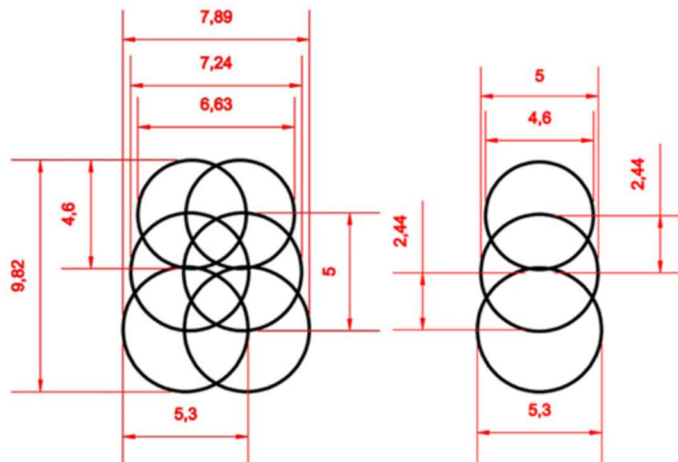


2.14. ábra: Négy gömbből álló kukoricaszem modell [Tao et al., 2010]



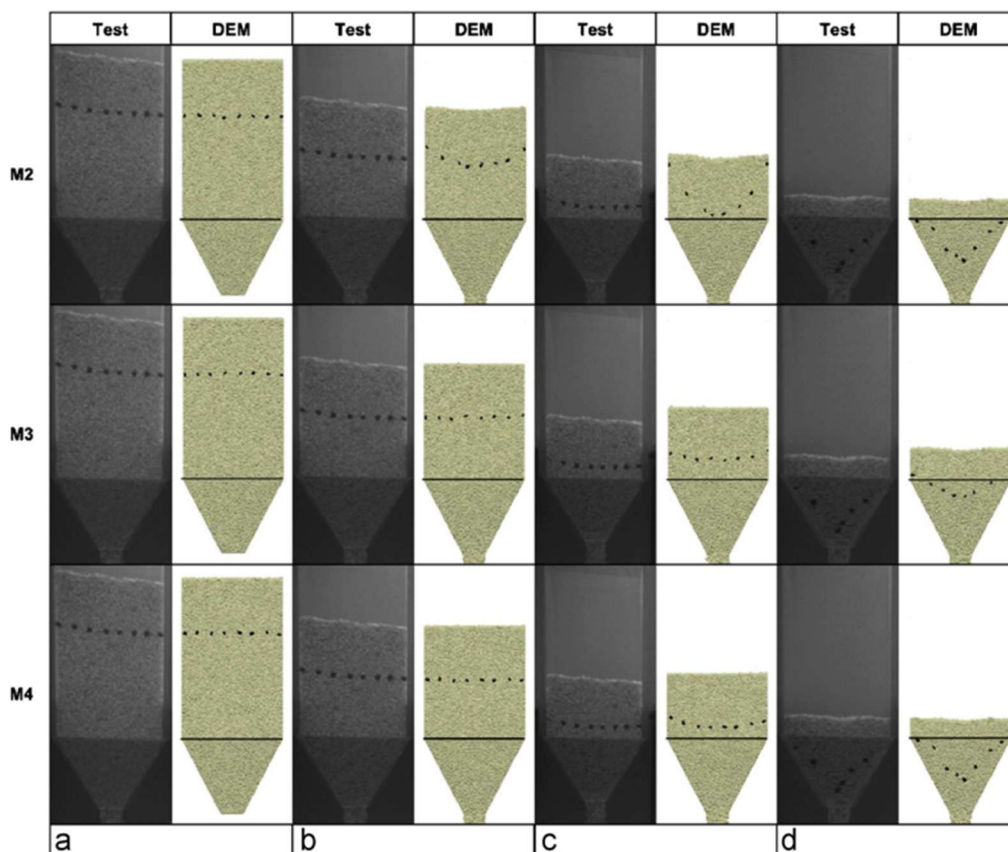
2.15. ábra: Szemcsék kifolyása a kísérletben, illetve a szimulációban [Tao et al., 2010]

Hasonló eredményeket kapott González-Montellano et al. [2011] szintén téglalap alapú, de gúla alakú kifolyóterrel rendelkező tartály vizsgálata során gömb alakú, illetve hat gömbből összeállított szecsék esetén (2.16. ábra). A kifolyás vizsgálata során már csak egyetlen sáv mozgását vizsgálták (2.17. ábra).



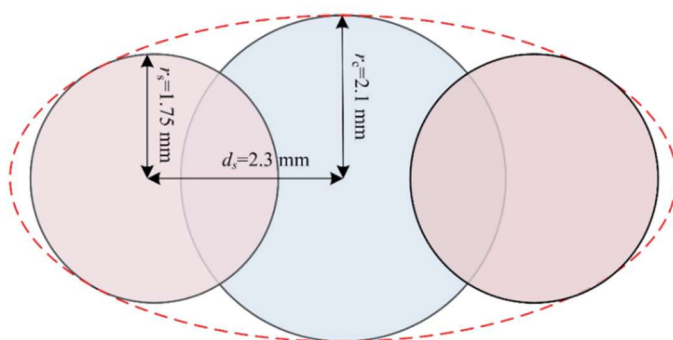
2.16. ábra: Hat gömbből álló kukoricaszem modell [González-Montellano et al., 2011]





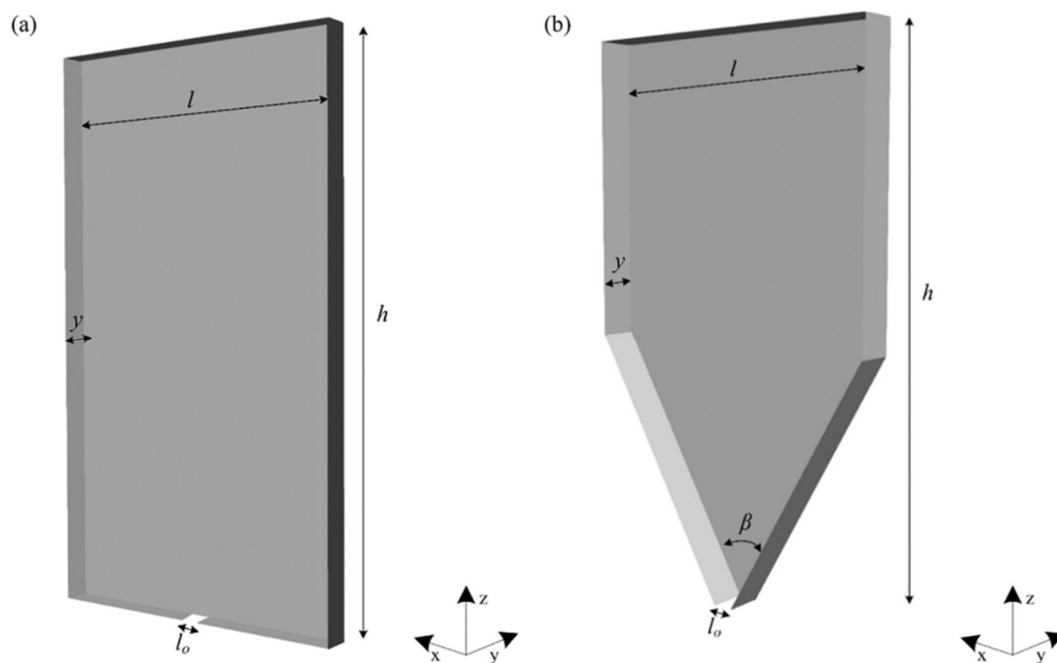
2.17. ábra: Szemcsék kifolyása a kísérletben, illetve a szimulációban. Az a, b, c, d esetek az idő múlását, az M2, M3, M4 az ismétlésszámot jelentik. [González-Montellano et al., 2011]

Ezen vizsgálatok során a kísérletekhez elkészítettek egy tartályt, amelynek 1:1 arányú modelljét alkották meg a szimulációban, így vizsgálták a lezajló folyamatokat. Nagyobb méretű tartályok (silók, szárítóberendezések) esetén ez a módszer a számítási kapacitás korlátai miatt nem működik. Golshan et al. [2020] árpa silóból történő kifolyásának modellezését vizsgálták, az árpaszemeket három gömbből álló, ellipszoid alakot közelítő szemcsékkel modellezve (2.18. ábra) lapos, illetve gúla alakú ürítési zóna esetén.



2.18. ábra: Három gömbből álló szemcse modellje [Golshan et al., 2020]

Noha ebben az esetben a szimuláció háromdimenziós, a tartályok modellezése során azoknak csak egy szeletét vizsgálták, azaz a tartály vastagsága a tartály többi geometriai méretéhez képest elhanyagolható (2.19. ábra).

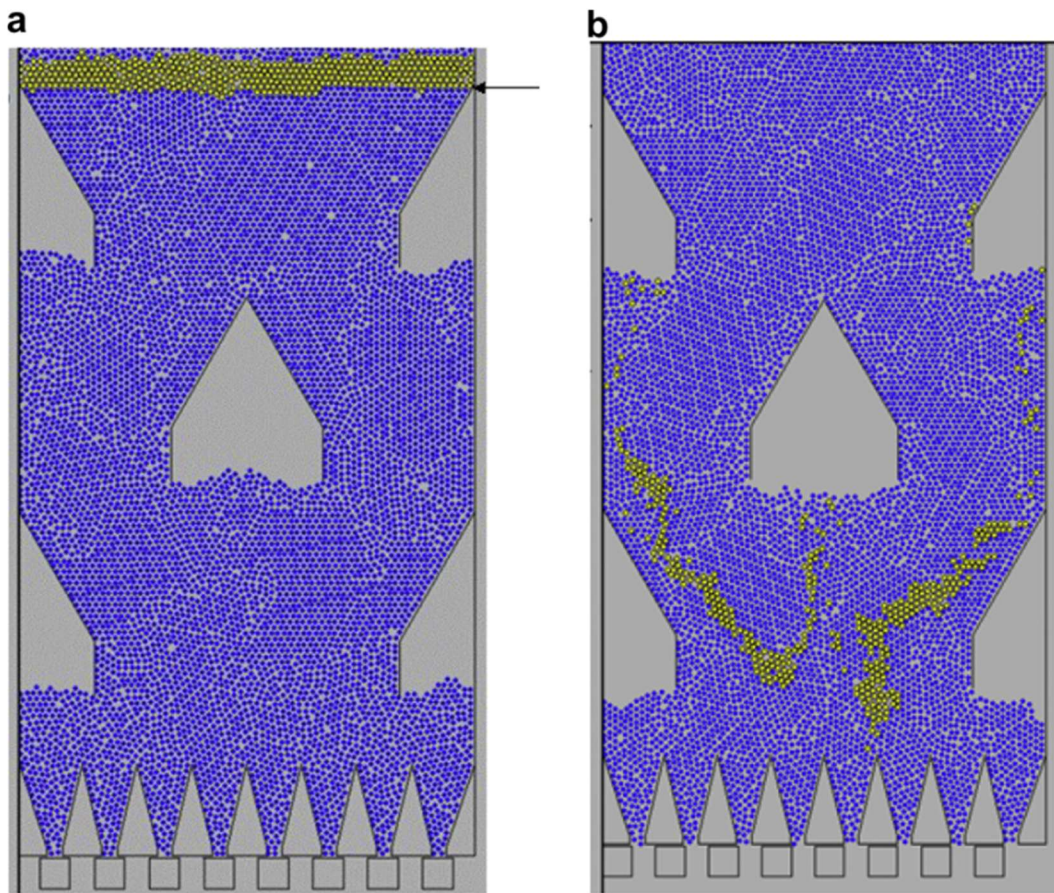


2.19. ábra: Lapos, illetve gúla alakú kifolyótérrel rendelkező siló modellje [Golshan et al., 2020]

A tölséres kifolyásra jellemző módon a szemcsék a kifolyási zónában töltötték a legkevesebb, a falak mentén pedig a legtöbb időt a tartályban.

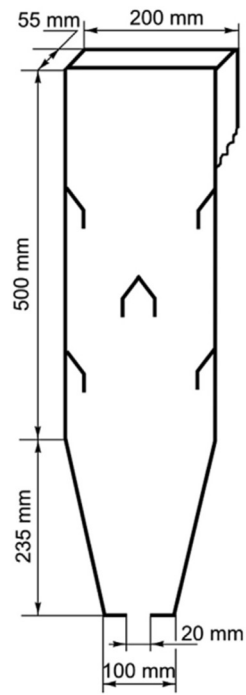
Oldal és Safranyik [2015] korábbi analitikus kifolyási modelljüket tovább pontosították diszkrét elemek módszerének alkalmazásával. A DEM a nemstacionárius állapot modellezésére is kiválóan alkalmasnak bizonyult, a mért és a szimulációban meghatározott kifolyási tömegáramok jó egyezést mutattak.

A keresztáramú szárítóberendezéseken végzett kísérleti vizsgálatok áttekintése során már említett Mellmann et. al. [2011] munkájában szerepel egy egyszerű, kétdimenziós diszkrét elemes modell a szárítóberendezésben lezajló magmozgási folyamatokról (2.20. ábra). Ez a modell azonban még nem tekinthető elfogadható pontosságúnak: egyrészt a geometria csak kétdimenziós, másrészt pedig csak kör alakú szemcséket használnak, amelyekről a 2.4. fejezetben már megállapításra került, hogy a legtöbb esetben nem adnak kielégítő pontosságú eredményt. Noha az ürítőmechanizmus modellje elfogadható pontossággal modellezi a valóságos ürítést, a modell által kapott anyagáramlási kép csak nagy vonalakban felel meg a kísérleti vizsgálatokkal meghatározottnak.

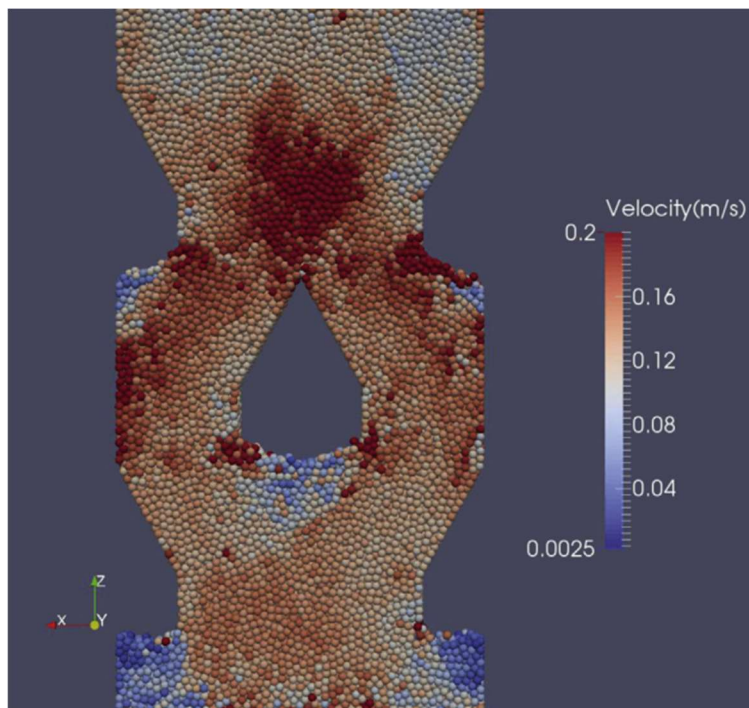


2.20. ábra: Két dimenziós diszkrét elemes szűrítőmodell az „a” esetben zárt kifolyónyílással, a „b” esetben nyitott kifolyónyílással[Mellmann et. al. 2011]

Diszkrét elemes szimulációk során a kör/gömb alakú szemcsék alkalmazása az esetek többségében nem ajánlott, kivéve, ha a kísérleti vizsgálatok során az eredeti szemcse geometria is gömb, vagy közel gömb alakú [Li et al., 2009, Keppler, 2013]. Katchatourian et al. [2014] szójabab keresztáramú szűrítőberendezésből való kiáramlását vizsgálták (2.21., 2.22. ábra), a szimulációban gömb alakú szemcséket alkalmazva. Ebben az esetben a szemcsék áramlási képe jó egyezést mutatott a kísérleti vizsgálatokkal.

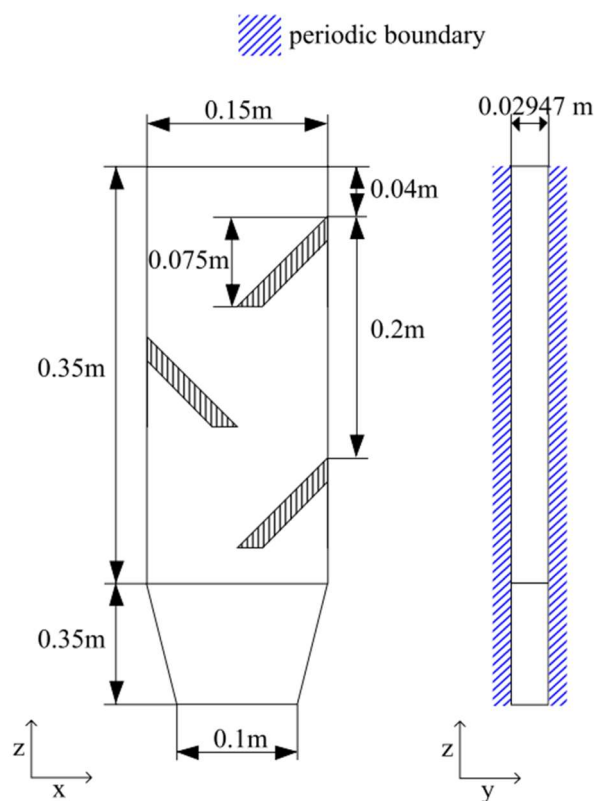


2.21. ábra: A szárító modell geometriája [Katchatourian et al., 2014]



2.22. ábra: Sebességeloszlás a DEM modellben [Katchatourian et al., 2014]

Lorenzoni et al. [2020] továbbítte a vizsgálatokat másfajta szárító geometriával is (2.23. ábra).

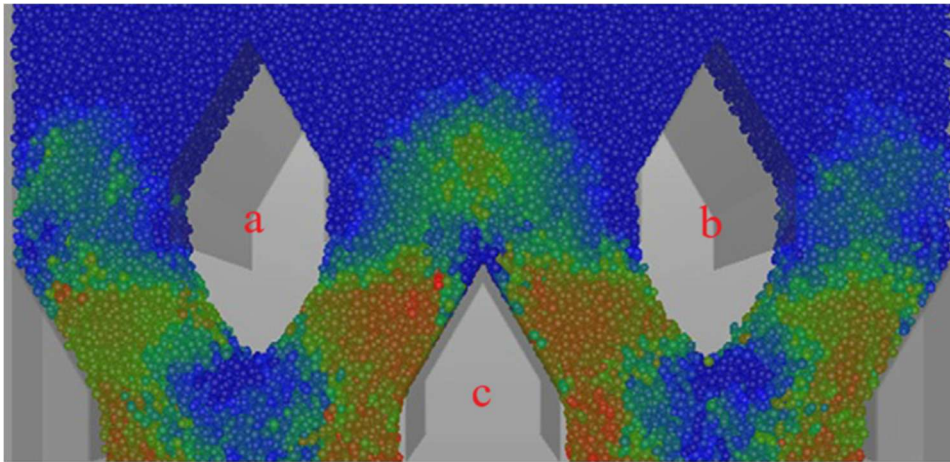


2.23. ábra: Keresztáramú szárítóberendezés geometriai méretei [Lorenzoni et al., 2020]

Ebben a diszkrét elemes modellben Lorenzoni et al. [2020] szintén csak egy szeletét vizsgálták a modell szárítónak, ráadásul a fedőlapok periodikus peremet kaptak.

Ebben az esetben a szemcsék méretének, illetve a nedvességtartalom változásának hatását vizsgálták a tartályban való tartózkodási időre. Az eredmények szerint a szemcsék méretének nem, a nedvességtartalomnak viszont volt hatása a tartózkodási időre, megállapították továbbá, hogy a porozitás eloszlása nem egyenletes, ami hatással lehet a légáramlást is vizsgáló modellekre.

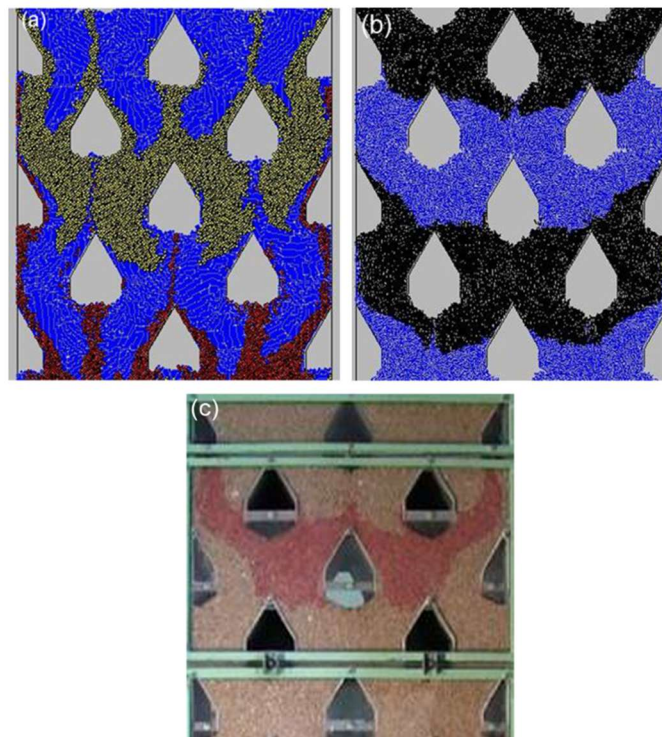
Szárítóberendezésekben pontosabb szimulált áramlási képet kapott Keppler et. al. [2012] (2.24. ábra). Az általuk elvégzett szimulációk háromdimenziósak, a szemcse alak pedig már nem gömb, hanem három gömbből összeállított geometria. Munkájukban különféle légcsonna geometriák hatását is vizsgálják, de alak optimalást nem végeztek.



2.24. ábra: Sebességviszonyok a légbefúvó csatornák környezetében. A piros szín a nagyobb, a kék szín a kisebb sebességű szemcséket jelöli („a”, „b” és „c” a légbefúvó csatornákat jelöli).

[Keppler et. al, 2012]

Weigler és Mellmann [2014] későbbi munkájukban már öt körből álló, ellipszis alakot közelítő szemcsékkel végeztek további kétdimenziós szimulációkat, összehasonlítva a korábbi, kör alakú szemcsékkel végzett szimulációkkal és a kísérleti vizsgálatokkal (2.25. ábra). Az áramlás során a szemcsék sebességviszonyai már jóval nagyobb egyezést mutattak a kísérleti vizsgálatokkal, mint gömb alakú szemcsék esetén.



2.25. ábra: Szemek mozgásviszonyai kör alakú (a), ellipszis alakú (b) szemcsék használata során a szimulációkban, illetve a kísérleti vizsgálat (c) esetén [Weigler és Mellmann, 2014]

Az irodalmi áttekintés során látható volt, hogy a silók ürítése és a szárítóberendezésben lezajló folyamatok során a magmozgás elég hasonló, azonban a silók esetével jóval több irodalmi forrás foglalkozik, mint a szárítóberendezésekkel. A berendezések mérete miatt a kísérleti úton történő vizsgálatok mindkét esetben elég nehézkesek, a szemcsés anyagok jellege miatt pedig az analitikus modellek elég korlátozottan használhatók, így a vizsgálatok során célszerű numerikus, azon belül is diszkrét elemes modelleket (DEM) alkalmazni. A DEM modellek legfőbb problémája a kalibrálás, azonban a fellelhető forrásokban látható volt, hogy a megfelelően kalibrált DEM modellek alkalmazásával számos kérdésre lehet megoldást találni, amennyiben a feltételek (megfelelő szemcsealak, mikromechanikai paraméterek alkalmazása, stb.) teljesülnek. Szárítóberendezések esetén kérdés, hogy a szemcsemozgás vizsgálata során a szárító levegő áramlását figyelembe kell-e venni, azonban az esetek többségében a modellek megfelelő eredményt adtak a levegőáramlás mellőzése során is. A szemcsék mozgása során a legfőbb probléma az egyenetlen szemcseáramlás, itt célszerű lehet mind az ürítőmechanizmus hatását, mind pedig a terelőelemek geometriájának hatását figyelembe venni, adott esetben ezeket megváltoztatni.

## 3. ANYAG ÉS MÓDSZER

### 3.1. Kísérleti vizsgálatok

A szárítóberendezésben lezajló anyagáramlási folyamatok elemzéséhez szükséges kísérleti vizsgálataim három fő részre oszthatók: vizsgálatok az eredeti szárítóberendezésen, a modellszárítón, valamint a diszkrét elemes modellhez szükséges kalibrálási mérések.

#### 3.1.1. Szárító magmozgás vizsgálatok

A keresztáramú szárítóberendezések jellemzően szakaszos működésűek. Szárítás közben a termény függőleges irányban lefelé halad, a haladás során terelő lamellák biztosítják, hogy megfelelő mennyiségű levegő jusson a berendezésbe, illetve a szemek megfelelő ideig tartózkodjanak a szárítóban.

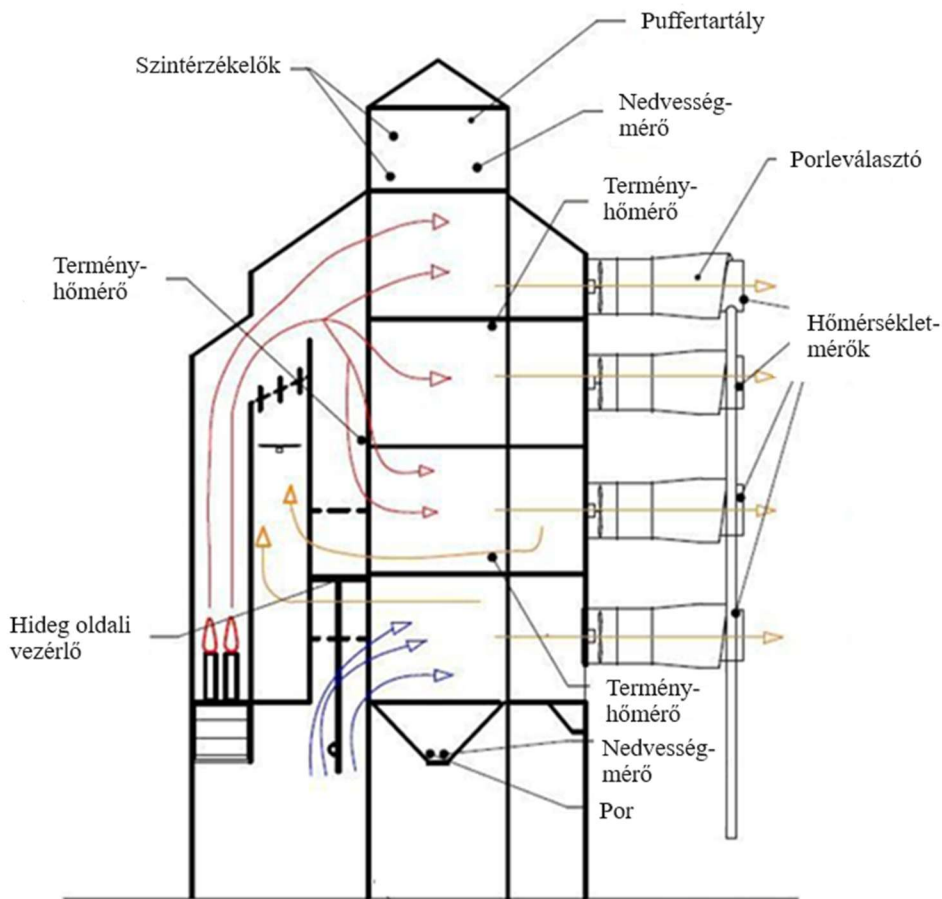
Elsőként egy modellszárító készült el, melyben jóval könnyebb a konstrukciós módosítások hatását elemezni, mint az eredeti, nagyméretű szárítóberendezésen. Ahhoz azonban, hogy biztos lehessen a modellszárítóban lezajló anyagáramlások és a nagyméretű ipari szárítóberendezésen belüli magmozgások megfelelő szintű hasonlóságában, az eredeti méretű ipari szárítóberendezésen is kellett összehasonlító méréseket végezni.

A magmozgási folyamatok vizsgálata egy HSZ-15 típusú átfolyó rendszerű ipari szárítóberendezésben folyt (3.1. ábra). Ez az átfolyó rendszerű terményszárító függőleges elhelyezkedésű modulokból áll, melyek két oldalán helyezkednek el a meleg, illetve a hideg oldali légcsatornák. A szárítandó anyag a modulok tetején elhelyezett előtároló (puffer-) tartályon keresztül kerül a szárítóba. A tárolón lévő alsó és felső szintérzékelők biztosítják a szárító folyamatos anyagellátását és a betároló rendszer szabályozását (3.2. ábra). A modulok egyenként 10 db speciálisan kialakított terményszlopot tartalmaznak, melyeken a termény keresztülhalad, miközben a meleg, száraz szárítólevegő átjárja. A szárítóberendezés magassága 16 méter, a maximális terménytöltet nagysága  $50 \text{ m}^3$ .



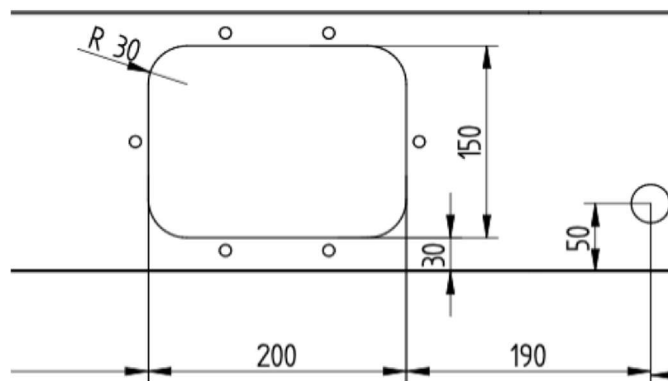


3.1. ábra: HSZ-15 szárítóberendezés



3.2. ábra: A szárítóberendezés fő részei

Az anyagáramlási vizsgálatok elvégzéséhez betekintő ablakok kerültek a magcsatornák oldalára (3.3., 3.4. ábra), majd azokon keresztül videofelvételeket készültek a szemestermények üzem közbeni áramlásáról. A szárítóberendezés összeszerelése során is lehetőség nyílt a különálló modulok magmozgási folyamatainak vizsgálatára, légbefúvás nélkül.



3.3. ábra: Egy betekintőablak méretei mm-ben

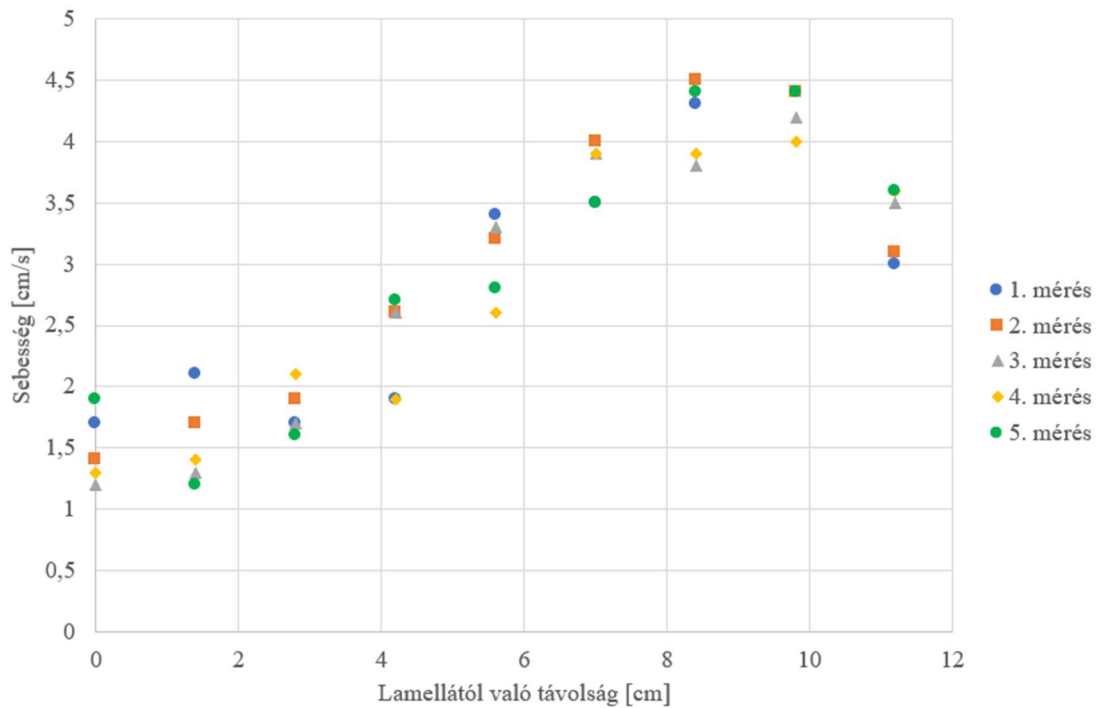


3.4. ábra: Betekintő ablakok és endoszkóp kamera szondanyílások a szárító modulon



3.5. ábra: Magmozgási folyamatok videofelvételeinek elemzése

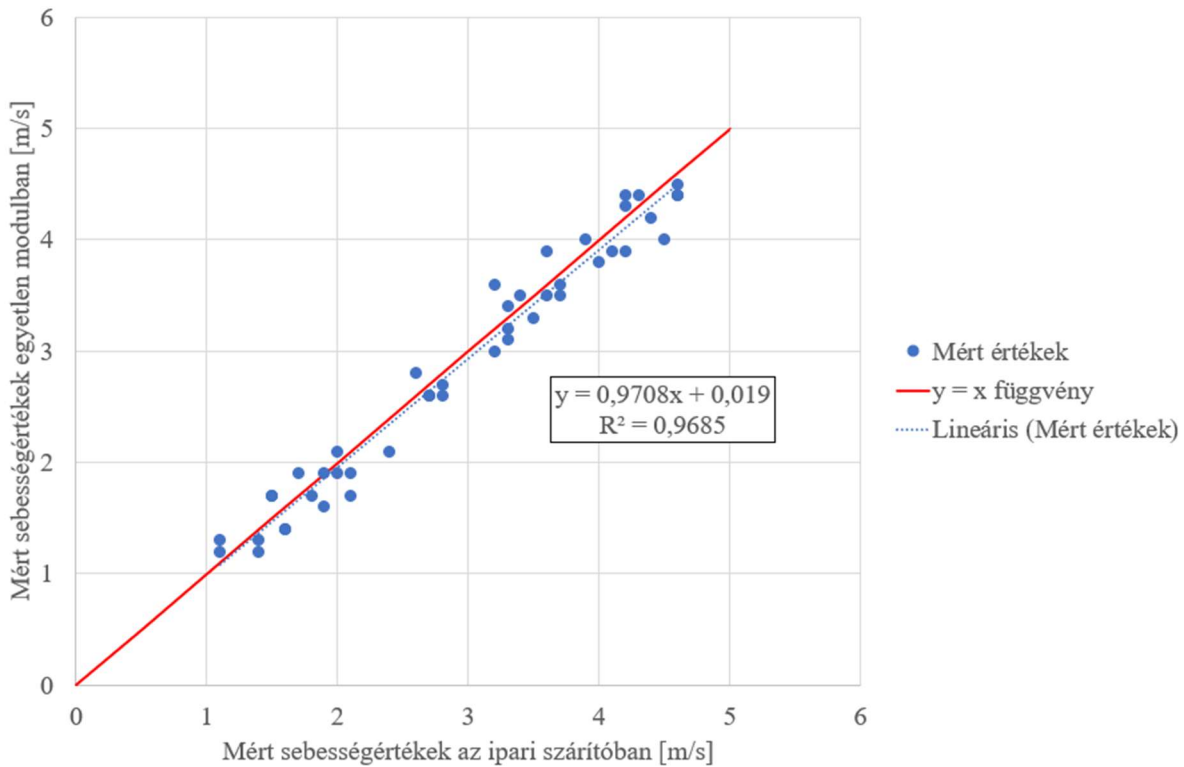
A 3.5. ábrán a szemcsék elmozdulása látható. Kékkel látható a szemcsék helyzete a forgó ürítőszerkezet nyitása előtti pillanatban, pirossal jelölve pedig ugyanazoknak a szemeknek az ürítőszerkezet egy körülfordulási ciklus utáni pozíciója látható. A videofelvételek alapján becsült átlagsebesség  $11,76 \frac{mm}{s}$ . A felvételek elemzése során a következő sebességprofil adódott a csatornában lezajló mozgásviszonyok leírására: a szárítómodul kiürítése során egy szárítási cikluson belül 5 különböző időpillanatban készültek videofelvételek, ennek megfelelően öt sebességeloszlás felvétele történt meg. Ezek jellegükben egymáshoz hasonlóak voltak, az egyes sebesség értékek kismértékű eltérése mellett. Az öt egymást követő mérés eredményei láthatóak a 3.6. ábrán (0 cm a lamellán lévő szemcse, 11 cm a függőleges fal mellett lévő szemcse koordinátája):



3.6. ábra: Szárítóberendezésben mért sebesség értékek a lamella környezetében, ötszörös ismétléssel

A 3.6. ábrán jól látható, hogy a lamella jelenléte jelentős mértékben befolyásolja a szemcsék áramlási sebességének értékét.

A magmozgás vizsgálatok mind a különálló szárítómodulon, mind a működő ipari szárítóberendezés belsejében is elvégzésre kerültek, a magmozgásviszonyokat összehasonlító diagram 3.7. ábrán látható. A diagram tartalmazza az  $y = x$  függvényt, illetve a mért értékekre illeszthető egyenest és annak egyenletét. A kapott eredmények alapján a szárítómodulban és az eredeti berendezésben lezajló sebességviszonyokban szignifikáns különbség nem tapasztalható.



3.7. ábra: Illeszkedésvizsgálat eredménye (Q-Q ábra)

Az áramlás egyenetlenségére jellemző szám lehet a

$$\vartheta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_{\max}} \quad (3.1)$$

menyiség (sebességtényező), melynek értéke egyenletes áramlás esetén 0, és az egyenetlenség növekedésével egyre jobban megközelíti az 1 értéket. Jelen mérési eredményekre, az egyes távolság értékekhez tartozó sebességek átlagából számítva a

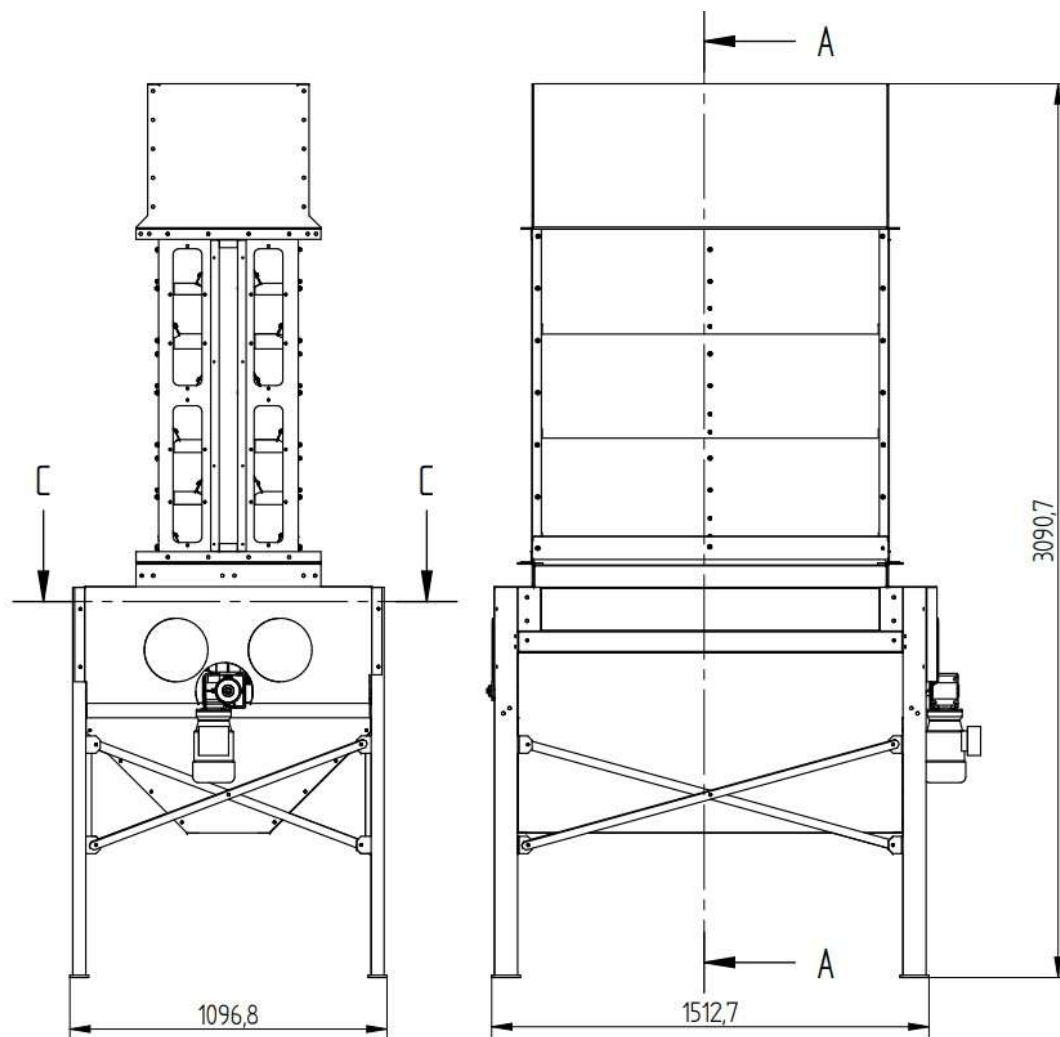
$$\vartheta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v_{\max}} = \frac{4,28 - 1,5}{4,28} = 0,65$$

érték adódik.

Az így elvégzett mérésekből tehát két következtetés vonható le:

- A lamellák jelenléte jelentős mértékben befolyásolja a sebességviszonyokat, így a szemcsék áramlásának egyenetlenségét.
- A működő szárítóberendezésben lezajló légáramlási folyamatok nincsenek számottevő hatással a szemcsemozgási folyamatokra.

Mivel a nagy szárítón végzett mérések eredményei szerint a lamellák jelentősen befolyásolják a szemcseáramlás egyenetlenségét, meg kellett vizsgálni a lamellák dőlésszögének hatását a sebességviszonyokra. Ennek a feladatnak a könnyebb elvégzése érdekében elkészült egy modellszárító berendezés, amely az eredeti szárítómodul két oszlopából állt. A modellszárító felépítése a 3.8. ábrán látható:



3.8. ábra: A modellszárító felépítése és fő méretei

A modellszárítóval kapcsolatos méréseknek két fő célja volt. Egyrészt annak vizsgálata, hogy a modellszárítóban az anyagáramlási folyamatok mennyiben térnek el a valós méretű szárítóban lezajló szemcsemozgási viszonyoktól, másrészt a későbbi diszkrét elemes modellek validálásához szükséges mérési adatokat is össze kellett gyűjteni.



3.9. ábra: Mérés a modellszárítón, festett csíkok

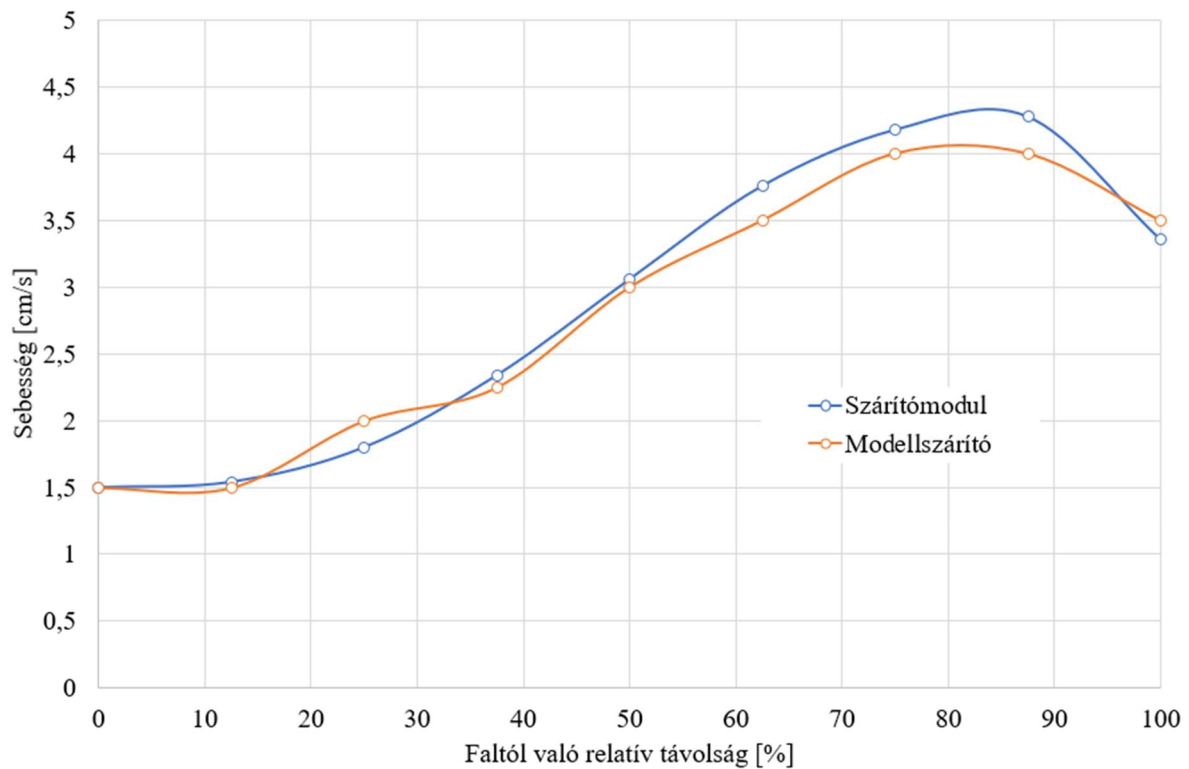
A modellszárítóval kapcsolatos mérések során jóval egyszerűbb volt az anyagáramlási viszonyok vizsgálata, ugyanis a nagy szárítón végzett mérésekkel ellentétben itt már a szemcsehalmazban egyes sávokat meg lehetett festeni (3.9. ábra) és így a festett csíkok mozgását követve könnyebben meg lehetett határozni a sebességviszonyokat. Ez amiatt is hasznos, mert a 2.6. fejezetben taglaltak szerint a diszkrét elemes modellben ugyanez a színezés megvalósítható. A 3.10. ábrán a festett csíkok egyenetlen anyagáramlási viszonyok következtében létrejövő torzulása látható.





3.10. ábra: A festett csíkok torzulása az egyenetlen anyagáram hatására

Az anyagáramlási sebességet elsősorban a kitérő rendszer nyitvatartási ideje szabja meg. A modellszárító forgó kitérő egységének fordulatszáma úgy lett beállítva, hogy az az ipari szárítóéval a lehető legjobban egyező sebesség értékeket hozzon létre a modellszárítóban. Amint a 3.11. ábrán látható, a modellszárító és az ipari szárítóberendezés sebességviszonyai között igen jó egyezés hozható létre a kitérő egység nyitási idejének megfelelő beállításával.

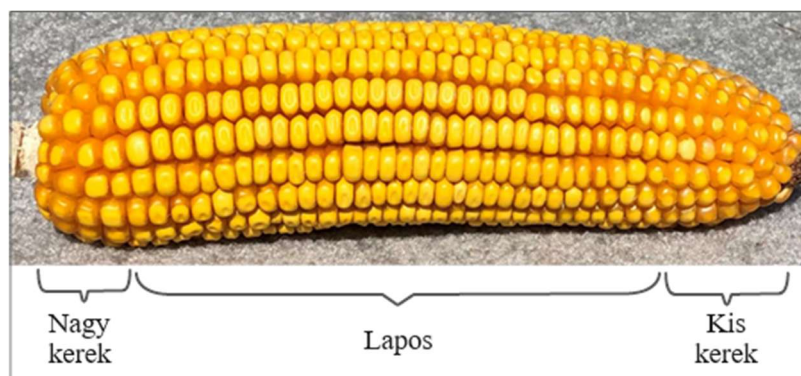


3.11. ábra: Az ipari és a modellszárító anyagáramlási viszonyainak összehasonlítása

Mindezek alapján elmondható, hogy a modellszárító berendezés alkalmas arra, hogy a valóságos szárítóberendezésben lezajló anyagáramlási viszonyokat ezen modellezzük.

### 3.1.2. Szemek osztályozása, szemek alakjának meghatározása

A numerikus modell megalkotásához szükség volt a halmazban előforduló kukoricaszemek alakjának meghatározására. A szakirodalmi források három fő alakváltozatot említenek (3.12. ábra).



3.12. ábra: Kukoricaszemek alak szerinti osztályozása

Az alak meghatározásához egy véletlenszerűen vett, mintahalmazt vizsgáltam (3.13. ábra), az ebben a halmazban előforduló szemcsealakokat és azok eloszlását vettem figyelembe a szimulációk során. Vizsgálataim alapján a három helyett célszerűbb négyféle szemcse kialakítással dolgozni.



3.13. ábra: A mintában szereplő kukoricaszemek és alak szerinti osztályozásuk

A 3.13. ábrán látható négy szemcsealapot lehet megkülönböztetni, melyek a „hosszúkás”, „lapos”, „szögletes” és „kerek” elnevezést kapták. Ez az osztályozás nagyon hasonló a 2.4. fejezetben említett Coetzee [2020] szerinti osztályozáshoz.

A 3.13. ábrán látható minden kukoricaszem befoglaló méreteit megmértem (3.1.a., 3.1.b. táblázat).

3.1.a. táblázat: Kukoricaszem méretek (lapos és szögletes)

db	Lapos			Szögletes		
	Hossz [mm]	Szélesség [mm]	Vastagság [mm]	Hossz [mm]	Szélesség [mm]	Vastagság [mm]
1	13,9	9	4,7	13,7	8,9	5,5
2	12,8	10,3	4,7	12,5	9,3	5,8
3	10,9	8	4,3	11,5	7,2	6
4	11,6	10	4,6	11,7	8,9	6
5	13	8,5	4,8	11,3	8,9	6,3
6	11,5	9,3	4,7	13,1	9,1	5,3
7	12,6	9,1	4,9	11,5	9	5,1
8	12	8,5	4,9	10,3	6,9	6,7
9	10,9	9,4	4,8	-	-	-

3.1.b. táblázat: Kukoricaszem méretek (hosszúkás és kerek)

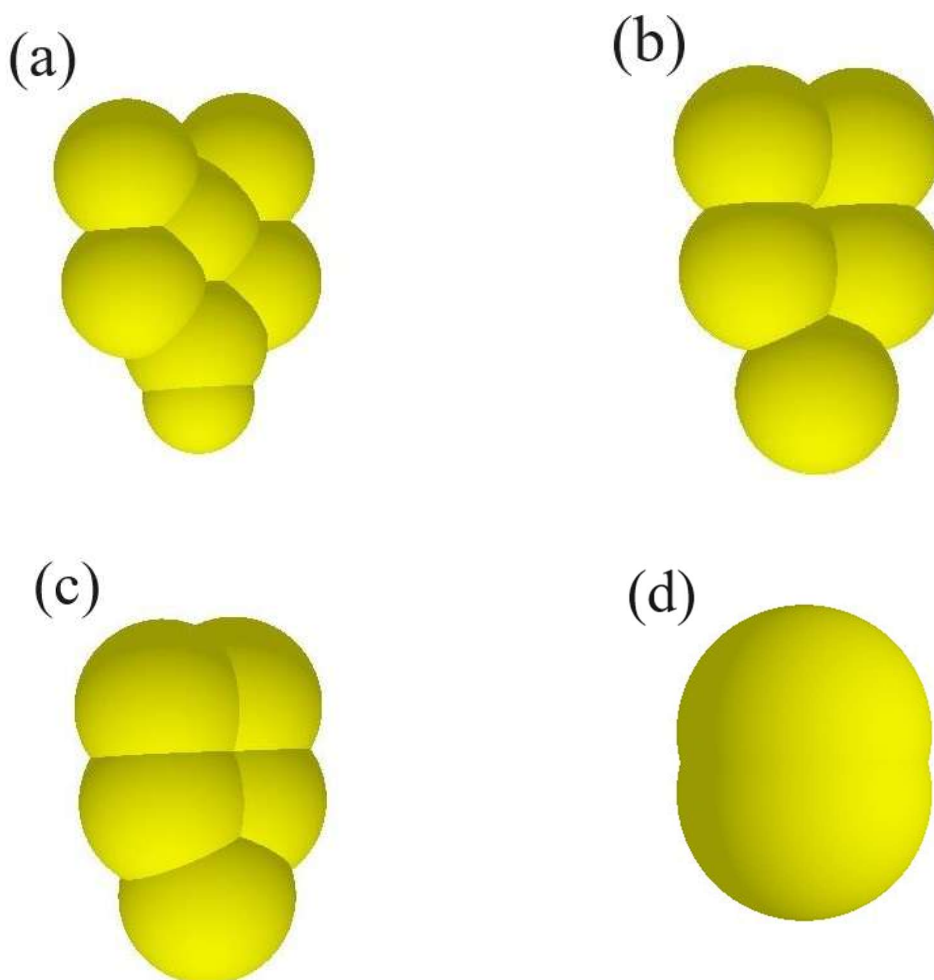
db	Hosszúkás			Kerek		
	Hossz [mm]	Szélesség [mm]	Vastagság [mm]	Hossz [mm]	Szélesség [mm]	Vastagság [mm]
1	12,3	8	4,5	9,8	9,7	7,8
2	12,5	7,8	4,8	9,3	8,2	8,1
3	11,7	7,9	5	9,1	9,1	7
4	11,9	7,9	4,6	-	-	-
5	10,4	8,2	4,6	-	-	-

A 3.1.a. és 3.1.b. táblázatokban látható mért adatok alapján meghatároztam az adott alakra jellemző átlagos méreteket, továbbá az adott kategória teljes halmazban előforduló arányát, melyek a következők (3.2. táblázat):

3.2. táblázat: Kukoricaszemek átlagos méretei és a mintabeli előfordulásuk aránya

	Átlagos hossz [mm]	Átlagos szélesség [mm]	Átlagos vastagság [mm]	A teljes halmazban előforduló arány [%]
Lapos	12,1	9,1	4,7	36
Hosszúkás	11,8	8,0	4,7	20
Szögletes	12,0	8,5	5,8	32
Kerek	9,4	9,0	7,6	12

A diszkrét elemes szimulációban az adott alakra vonatkozó átlagos méretek segítségével hoztam létre a különböző szemcsealakokat a 3.14. ábra szerint.



3.14. ábra: A diszkrét elemes szimulációkban szereplő szemcsealakok: (a) lapos, (b) hosszúkás, (c) szögletes, (d) kerek

A szoftver a megadott geometria és mikromechanikai paraméterek alapján automatikusan számolja a szemcsék tulajdonságait (tömeg, súlypont, tehetetlenségi nyomaték). A szemcsék részletes tulajdonságai az M3. mellékletben találhatóak.

### 3.1.3. Kukorica rugalmassági modulusz mérés

Az EDEM 2.7. diszkrét elemes szoftverben a szemcsés anyag mikromechanikai paramétereinek között meg kell adni a csúsztató rugalmassági modulusz értékét. A csúsztató rugalmassági modulusz az anyag rugalmassági moduluszából a

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.2)$$

összefüggéssel számolható, ahol  $G$  az anyag csúsztató rugalmassági modulusza [MPa],  $E$  az anyag rugalmassági modulusza [MPa],  $\nu$  az anyag Poisson-tényezője [-].

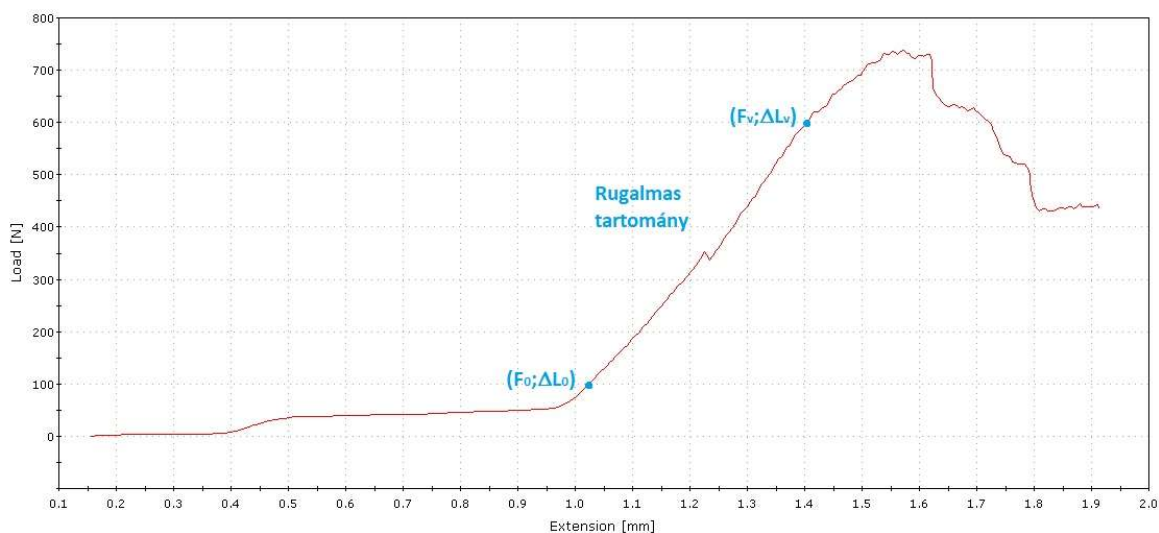
Emiatt szükség volt az adott szemcsés anyag rugalmassági moduluszának értékére, ezt egy Instron 5965 típusú (Instron GmbH, Bucks, UK, Instron 5965L1185), mezőgazdasági anyagok vizsgálatára alkalmas szakítógép segítségével határoztam meg. A szakítógépen alkalmazott erőmérő cella 5 kN maximális terhelést képes felvenni (pontosság 5 N terhelésig  $\pm 0,5\%$ ).

A szárítóberendezésből vett mintahalmazból véletlenszerűen kiválasztottam néhány szemet, amelyeket a legnagyobb felületű oldalukra fektetve nyomóvizsgálatot végeztem, a szemeket a szakítógép segítségével roppanásig terheltem (3.15. ábra).



3.15. ábra: Kukoricaszem nyomóvizsgálata

A rugalmassági modulusz meghatározásához szükség van az anyag feszültség – fajlagos nyúlás ( $\sigma - \varepsilon$ ) diagramjára a rugalmas tartományban. A nyomóvizsgálat elvégzése után minden egyes mért szemre rendelkezésre állt az erő-elmozdulás ( $F - \Delta L$ ) diagram (3.16. ábra), melyből a  $\sigma - \varepsilon$  diagram előállítható. A diagram kezdeti szakasza a kukoricaszem nyomófelületek közötti „elhelyezkedése”, mozgása során mért erő értékeket tartalmazza. Az  $F - \Delta L$  diagramban kiválasztottam a rugalmas tartomány kezdetét jellemző  $(F_0; \Delta L_0)$ , valamint a végét jellemző  $(F_v; \Delta L_v)$  koordinátákat, ezekből számoltam ki a  $\sigma - \varepsilon$  diagram  $(\sigma_0; \varepsilon_0)$  kezdő- és  $(\sigma_v; \varepsilon_v)$  végértékeket.



3.16. ábra: Egy kukoricaszem nyomóvizsgálata során készült erő-elmozdulás diagram

A nyomóvizsgálat során a normál feszültség értéke a mért terhelés értékekből a

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.3)$$

összefüggés segítségével meghatározható (természetesen ez csak egy közelítő érték lesz, hiszen valójában a kialakuló feszültségeloszlás nem homogén), ahol:  $\sigma$  az anyagban ébredő normál feszültség [MPa],  $F$  a mért terhelőerő [N],  $A$  a felület, melyen a terhelés eloszlik [ $\text{mm}^2$ ].

A feszültség számításához szükség volt az  $A$  felület megadására is, ezt minden egyes szem esetében egy becsült értékkel helyettesítettem. A becsüléshez a 3.2. táblázatban szereplő „lapos”, átlagos méretekkel rendelkező kukoricaszemet vettem figyelembe, mivel ez a szemcsealak található meg a mintahalmazban a legnagyobb arányban. A becsüléshez használt befoglaló téglalap felülete a fentiekből számolva  $12,1 \cdot 9,1 = 85,91 \text{ mm}^2$ .

A rugalmassági modulusz meghatározásához szükség volt az anyag fajlagos deformációjára, melyet az

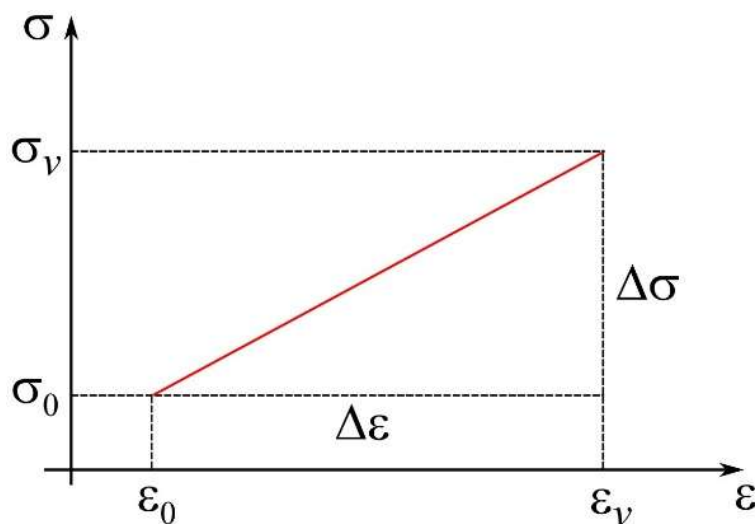
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (3.4)$$

összefüggéssel lehet számolni, ahol:  $\varepsilon$  a fajlagos deformáció [-],  $\Delta L$  a vizsgálat során mért keresztfej-elmozdulás [mm],  $L_0$  a szem kezdeti vastagsága [mm].

Mivel a kis szemcseméret miatt közvetlen mérést nem tudtam végezni, a deformáció mértékét a szakítógép keresztfejének elmozdulása segítségével határoztam meg (ez az érték látható az  $F - \Delta L$  diagram vízszintes tengelyén). Mivel a szakítógép anyagának rugalmassági modulusza, illetve a vizsgált anyag rugalmassági modulusza között több nagyságrendnyi a különbség az előbbi javára, így úgy véltem, ebben az esetben a keresztfej és a nyomószerkezet alakváltozása a mérés során csak elhanyagolhatóan kis hibát fog okozni.

A feltételezett kiindulási méret minden szem esetében a „lapos” kategóriába eső kukoricaszem kezdeti átlagos vastagsága,  $L_0 = 4,7$  mm volt.

Minden szem  $F - \Delta L$  diagramjából meghatároztam az  $(F_0; \Delta L_0)$ , valamint az  $(F_v; \Delta L_v)$  koordinátákat, melyekből a 3.3 és 3.4 összefüggéseket alkalmazva megkaptam a  $(\sigma_0; \varepsilon_0)$  és  $(\sigma_v; \varepsilon_v)$  értékeket. Így minden egyes vizsgált szemcséhez meghatározható a két pontot összekötő elsőfokú függvény (3.17. ábra).



3.17. ábra:  $\sigma - \varepsilon$  diagram a rugalmas tartományban



A rugalmassági modulusz ezen függvény vízszintessel bezárt hajlásszögének tangense, így a rugalmassági moduluszt az

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (3.5)$$

összefüggéssel lehet meghatározni, ahol  $\Delta\sigma = \sigma_v - \sigma_0$  és  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_v - \varepsilon_0$ .

Ezáltal a mintahalmazban szereplő minden egyes kukoricaszemre meghatároztam a rugalmassági modulusz értéket, majd pedig ezeknek az értékeknek vettem az átlagát. Ez az átlagos rugalmassági modulusz érték jelen esetben  $E = 78$  MPa. (A részletes számítás az M4. mellékletben található.)

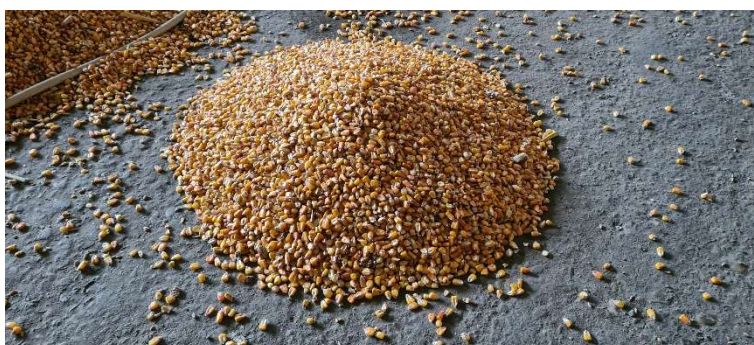
Moya et. al. [2013] szerint kukorica esetén ez az érték 14%-os nedvességtartalomnál  $E = 35$  MPa. Az általam végzett mérések során kb. 8%-os nedvességtartalmú szemek esetére a mérésből kapott rugalmassági modulusz nagyságrendileg megfelelő érték. Ebből a csúsztató rugalmassági modulusz értéke a 3.2 összefüggés alapján  $G = 29,77$  MPa. A csúsztató rugalmassági modulusz értékének kiszámításához a  $\nu$  Poisson tényező értékét az irodalomból [Moya et al., 2013] választottam, ebben az esetben  $\nu = 0,31$ .

Mivel a vizsgált anyag jellegéből adódóan a számítás során több érték is csak közelítő, átlagos érték (az  $A$  felület, az  $L_0$  kiindulási hossz, a szemek méretei), a számolt rugalmassági modulusz értékek természetesen szintén csak közelítő értékek. Azonban feltételezve, hogy egy kukoricaszem rugalmassági modulusza több tényezőtől is nagyban függ (fajta, nedvességtartalom, stb.), ráadásul a szemek rugalmassági modulusza darabonként más és más, ezért nagyon pontos értékre nincs is szükség, hanem elég egy, a vizsgált probléma szempontjából elfogadható nagyságrendű közelítő érték. Így a szimulációkban a választott csúsztató rugalmassági modulusz értéke  $G = 30$  MPa.

#### 3.1.4. Rézsűszög mérés

Mivel a kísérleti vizsgálatokat egy működő terményszárító telephelyen végeztem, a telep üzemszerű működésének lehető legkisebb mértékű megzavarásával kellett dolgozni [Bablana et. al, 2022]. Ezért a rézsűszög mérést választottam kalibrálási módszernek. Coetzee [2020] eredményei is azt mutatták, hogy a különböző kalibrálási módszerek közül a rézsűszög mérés már elegendő a főbb mikromechanikai paraméterek meghatározásához.

A kukorica rézsűszögét egy  $D = 200$  mm átmérőjű,  $h = 250$  mm magas acél henger segítségével mértem. A beton padlón álló hengert színültig töltöttem kukoricával (3.18. ábra), majd a hengert lassan felemeltem, így a halmaz szétfolyt a padlón.



3.18. ábra: Kukorica rézsűszögének mérése acélhenger segítségével

A folyamatot háromszor ismételttem, a hengerből kifolyó halmaz rézsűszögét pedig mindhárom alkalommal megmértem. A mért szögértékek:  $\alpha_1 = 19,2^\circ$ ;  $\alpha_2 = 18,8^\circ$ ;  $\alpha_3 = 17,4^\circ$ .

A halmaz rézsűszögéből meghatároztam az anyagra jellemző, szemcsék közötti súrlódási tényezőt a következő összefüggés alapján:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.6)$$

ahol  $\alpha$  a halmaz rézsűszöge [ $^\circ$ ].

A mért szögértékekből a következő súrlódási tényezők adódtak:

$$\mu_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = 0,348$$

$$\mu_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = 0,34$$

$$\mu_3 = \operatorname{tg} \alpha_3 = 0,313$$

### 3.2. A numerikus modell mikromechanikai paraméterei

A megfelelő eredmény érdekében a numerikus modellben a szemcsék, illetve az egyéb részegységek, alkatrészek anyag- és kapcsolati tulajdonságait is meg kell adni.

Az anyagtulajdonságok között szükség van az anyag  $\nu$  Poisson-tényezőjére, a  $\rho$  anyagsűrűségre és a  $G$  csúsztató rugalmassági moduluszára. A kapcsolatok során pedig a  $k$  ütközési tényező, a  $\mu$  súrlódási tényező és az  $f$  gördülési ellenállási tényező megadása szükséges.

A modellezés során három anyag jelenik meg a modellekben:

- kukorica mint szemcsés anyag,
- acél mint a befoglaló geometria (kalibráló henger, szárító berendezés) anyaga,
- beton mint padozat anyaga (mivel a rézsűszög mérés a kísérlet helyszínén történt, beton padozaton.).

Az acél, illetve a beton anyagtulajdonságait szakirodalom [Moya et al., 2013] alapján választottam, ezek az értékek nincsenek jelentős hatással a szemcsemozgás numerikus modelljére (3.3. táblázat).

3.3. táblázat: Acél és beton anyagjellemzői

	<b>Acél</b>	<b>Beton</b>
Poisson-tényező [-]	0,3	0,2
Anyagsűrűség $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	7500	2400
Csúsztató rugalmassági modulusz [Pa]	$10^6$	$10^6$

A csúsztató rugalmassági modulusz mindkét anyag esetében a minimálisan megadható  $G = 10^6$  Pa, mivel a szimulációs idő nagyban függ a  $G$  értékének nagyságától, a modellben pedig ezen két anyag esetén ez a paraméter nem befolyásolja számottevően a vizsgált mechanikai folyamatokat.

Mivel az acélból, illetve a betonból készült elemek a kiindulási pozíciót leszámítva nincsenek kapcsolatban egymással, így az acél-beton kapcsolati tulajdonságok specifikus megadására nincs szükség, azokat alapértelmezett adatokkal számolja a szoftver. A kukorica-acél, illetve a kukorica-beton kapcsolatok esetén, mivel az esetek döntő többségében egymáson való elmozdulásról, elcsúszásról van szó, ezért a  $\mu$  súrlódási tényező értéke a legfontosabb, ezeket az értékeket a szakirodalom alapján [Moya et al, 2013] választottam. A  $k$  és  $f$  paramétereknek a 3.4. táblázatban látható alapértelmezett értéket adtam, mivel az ezekre a paraméterekre korábban elvégzett érzékenységvizsgálat [Bablana et al., 2022] azt mutatta, hogy a szárítóbéli magmozgás nem érzékeny ezeknek a megváltozására. A kukorica-acél és kukorica-beton kapcsolati tulajdonságok a 3.4 táblázatban láthatók.

### 3.4. táblázat: Kapcsolati jellemzők

	<b>Kukorica-Acél</b>	<b>Kukorica-Beton</b>
Ütközési tényező $k$ [-]	0,1	0,1
Súrlódási tényező $\mu$ [-]	0,25	0,53
Gördülési ellenállási tényező $f$ [m]	0,01	0,01

Ahogy a 3.1.3. fejezetben már említettem, a kukorica mikromechanikai paramétereit közül a  $\nu$  Poisson-tényezőt választottam az irodalom alapján [Moya et al. 2013], mivel ez az adott anyag esetén nehezen meghatározható. Az anyagsűrűséget (szemcse sűrűsége) szintén az irodalomban megtalálható halmazsűrűség [Kruszelnicka, 2021] alapján határoztam meg a 3.2.1. fejezetben ismertetett módszerrel, a  $G$  csúsztató rugalmassági moduluszt pedig a 3.1.3. fejezetben nyomóvizsgálat alapján adtam meg.

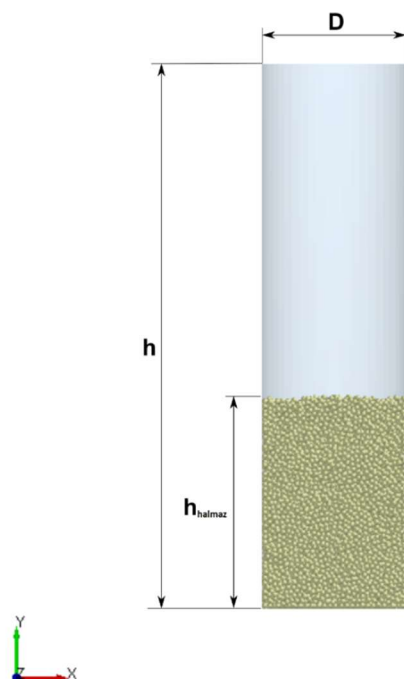
A kukorica-kukorica kapcsolati modellben szintén a  $\mu$  súrlódási tényező értékét tartottam a legfontosabbnak, ezt a 3.1.4. fejezetben ismertetettek szerinti méréssel határoztam meg, illetve a 3.2.2. fejezetben ismertetett numerikus modell kalibrálásával véglegesítettem.

#### **3.2.1. Szemcsék anyagsűrűségének meghatározása a halmazsűrűség ismeretében**

Szemcsés anyagok esetén elsősorban a halmazsűrűségről van információnk, mivel ez könnyen, gyorsan mérhető. Az EDEM 2.7 diszkrét elemes szoftverben azonban magának az anyagnak a sűrűségét szükséges megadni a mikromechanikai paraméterek között.

Ennek meghatározásához a numerikus modellben  $D = 200$  mm átmérőjű,  $h = 750$  mm magas acélhengert használtam, melyben a program nem előre meghatározott számú szemcsét, hanem a teljes henger térfogatán eloszló szemcsemennyiséget generált. Mivel a generált szemcsék pozíciója véletlenszerű, ezért a halmazt a gravitáció hatására hagyni kell leülepedni. Az eddigi tapasztalatok szerint a halmaz általában a kitöltendő térfogat kb. egyharmadára ülepszik, de a pontos értéket nem lehet előre megmondani, ezért választottam a 3.1.4. fejezetben szereplő, a rézsűszög meghatározásánál használt henger 250 mm-es magasságának háromszorosát.

A modellben megadott kiindulási anyagsűrűség  $\rho = 700 \frac{kg}{m^3}$  volt. A szimuláció során a kiindulási anyagsűrűség ismeretében a halmazsűrűséget vizsgáltam, ehhez szükség volt a szemcsés anyag tömegére, illetve az ülepedés után az anyagot befoglaló henger térfogatára (3.19. ábra).



3.19. ábra: A szimulációban található anyaghalmoz az ülepedés után

A szimulációban a halmazt alkotó szemcsék össztömege adott, amely ebben az esetben  $m = 4,484$  kg. A befoglaló henger térfogatából az alap méreteit ismerjük, ez  $D = 200$  mm. A halmaz magasságának meghatározásához a halmazban elhelyezkedő szemcsék súlypontjának  $y$  koordinátái közül lekérdezhető a legnagyobb, illetve a legkisebb érték, a két érték különbsége adta a halmaz magasságát, ez  $h_{\text{halmaz}} = 0,316$  m. A kapott értékek alapján a halmazsűrűség így

$$\rho_{\text{halma}} = \frac{m}{V} = \frac{4m}{D^2\pi h} = 451,678 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Ezután meghatároztam az anyagsűrűség és a halmazsűrűség hányadosát, amely ebben az esetben  $\frac{\rho_{\text{anyag}}}{\rho_{\text{halmaz}}} = 1,55$ . Ezen érték alapján becsültem meg a következő lépésben szükséges anyagsűrűség értékét. Mivel ez az arány nem állandó, illetve az ülepedés során a halmaz magassága is változik, ezért az anyag sűrűsége nem egyszerűen csak a kívánt halmazsűrűség 1,55-szöröse, de egy iterációs eljáráshoz megfelelő kiindulási értéket ad. Azonban a következő lépésben választott anyagsűrűséggel mindig vissza kell ellenőrizni a halmaz sűrűségét a fent leírt módon. Több iterációs lépcsőfok után a szimulációban a választott anyagsűrűség  $\rho_{\text{anyag}} = 1180 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , amelyből meghatározható a halmazsűrűség is, ami  $\rho_{\text{halmaz}} = 804,61 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  értékűre adódott. Ez az érték már jó egyezést mutat a szakirodalomban [Kruszelnicka, 2021] fellehető értékekkel.

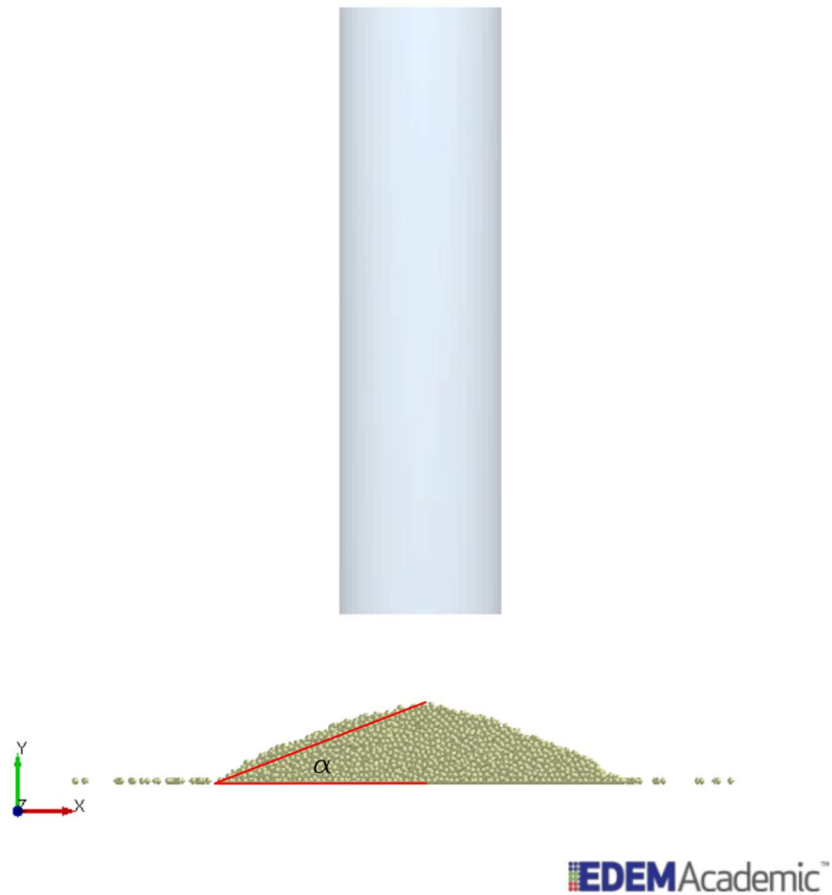
### 3.2.2. Numerikus modell kalibrációja

A 3.1.4. fejezetben bemutatott rézsűszög mérés során a rézsűszögekből meghatároztam a valós halmazra jellemző súrlódási tényező értéket, amelyet a numerikus modellben a szemcse-szemcse kapcsolatot jellemző mikromechanikai paraméterek között meg is kell adni. A 3.1.3. fejezetben található leírás szerint a szimulációhoz több paramétert is becsültem, illetve a szakirodalom alapján választottam.

A szimulációban szereplő szemcsék felszíne nem sima, ami abból adódik, hogy a gömbökből összeállított geometriának köszönhetően a valóságtól jóval nagyobb mértékben találhatóak rajtuk bemélyedések (emiat az egyes szemcsék összeakadása is jelentősen befolyásolhatja a halmaz viselkedését). Ezen okok miatt a numerikus modell alkalmazása során továbbra sem volt biztosítva, hogy a halmaz a megfelelő viselkedést adja vissza. Mivel a szemcsék a mozgásuk során elmozdulnak, elcsúsznak egymáson, elmondható, hogy az egyik legfontosabb paraméter a szemcsék közötti súrlódási tényező. Ezért a 3.3. és 3.4. táblázatban szereplő mikromechanikai paraméterek megadása után megalkottam a rézsűszög mérés numerikus modelljét, hogy leellenőrizzem, hogy a halmaz a valóságnak megfelelően viselkedik-e, vagy pedig az adatokat (jelen esetben a súrlódási tényezőt) korrigálni kell.

A kalibrálás során a 3.2.1. fejezetben már felhasznált  $D = 200$  mm átmérőjű,  $h = 750$  mm magas acélhengert használtam. Az egymást követő szimulációk során a szemcsék közötti súrlódási tényező értékeket 0,15-el kezdődően 0,05-os lépcsővel növeltem, ezekből számoltam később az adott halmazhoz tartozó rézsűszög-értékeket. A szemcsehalmazt 0,6 s-ig hagytam ülepedni (ennyi idő alatt a halmaz mozgási energiája közelítőleg 0 J-ra csökkent). A 0,6 s elteltével a henger felemelkedett

$v = 0,11 \frac{m}{s}$  állandó sebességgel, így a szemcsehalmaz szét tudott folyni a beton padlón (3.20. ábra). Amikor a halmaz mozgási energiája újból 0 J-ra csökkent (2,5 s-nál), a szimuláció megállt.

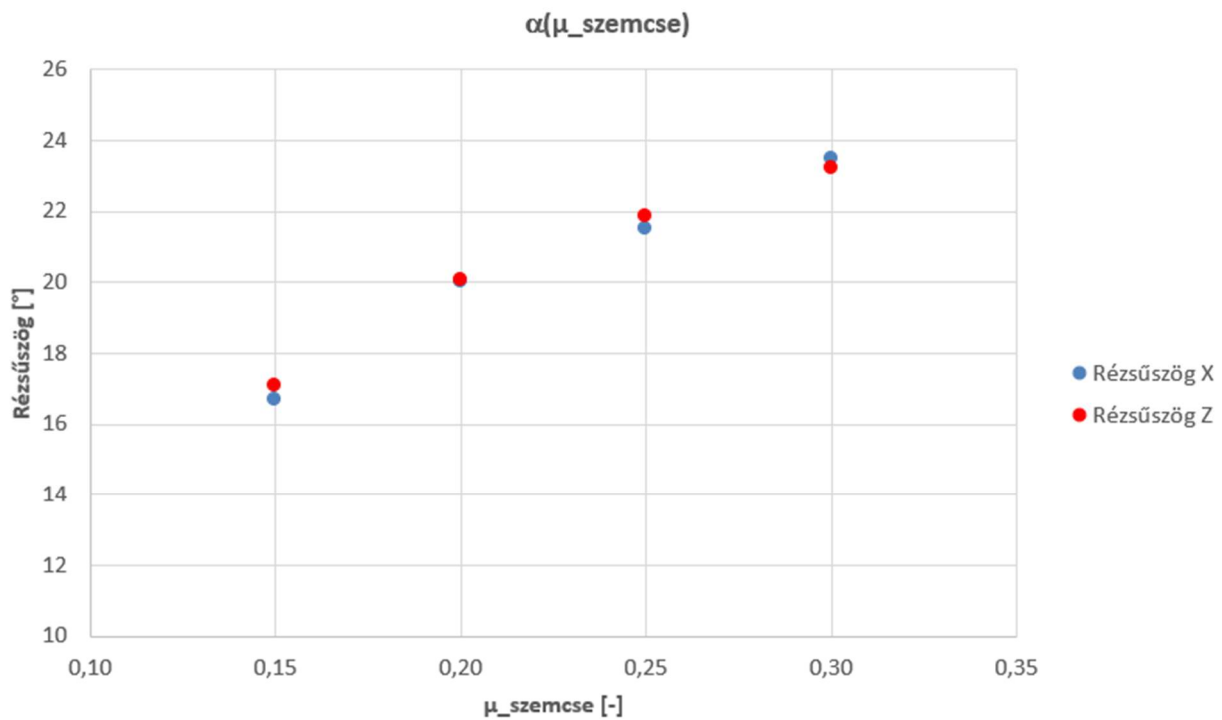


3.20. ábra: A numerikus modellben szereplő szemcsehalmaz rézsűszögének meghatározása

Mivel a vízszintes padló a koordináta-rendszer origóján, a függőleges  $y$  koordináta-tengely pedig a henger kör alapjának súlypontján ment keresztül, ezért a szétfolyt halmaz rézsűszögét meg lehet határozni a legmagasabb pozícióban lévő szemcse súlypontjának  $y$  koordinátája, illetve a halmazt alkotó legszélső szemcsék  $x$ , illetve  $z$  koordinátájából egy tangens függvény segítségével. Mint a 3.20. ábrán is látható, a halmaztól távolabb gurult szemcséket a számítás során nem vettem figyelembe, ezeket a szemcséket a koordináták lekérdezéséből kizártam. A számolt rézsűszög értékek a 3.5. táblázatban, illetve a 3.21. ábrán látható diagramban láthatók.

3.5. táblázat: A DEM szimulációban használt súrlódási tényezőkhöz tartozó rézsűszögek

$\mu$ [-]	$x_{max}$ [m]	$y_{max}$ [m]	$z_{max}$ [m]	$\frac{y_{max}}{x_{max}}$	$\frac{y_{max}}{z_{max}}$	$\alpha$ [°] ( $x_{max}$ -ből)	$\alpha$ [°] ( $z_{max}$ -ből)
0,15	0,284	0,085	0,277	0,3000	0,3071	16,70	17,07
0,2	0,269	0,098	0,269	0,3645	0,3650	20,03	20,05
0,25	0,263	0,104	0,258	0,3941	0,4013	21,51	21,86
0,3	0,253	0,110	0,256	0,4340	0,4288	23,46	23,21



3.21. ábra: A halmaz rézsűszöge a szemcsék közötti súrlódási tényező függvényében

A kalibrálás célja ebben az esetben a mérés során tapasztaltakkal megegyező viselkedés, azaz az azonos rézsűszög elérése volt. A 3.5. táblázatban, illetve 3.21. ábrán látható, hogy a vizsgált súrlódási tényező értékek esetén a rézsűszög a  $\mu = 0,2$  súrlódási érték esetén áll a legközelebb a 3.1.4. fejezetben bemutatott, mérésből meghatározott rézsűszög értékekhez, ezért a továbbiakban a szemcsék közötti súrlódási tényező értékének a  $\mu = 0,2$  értéket választottam. A kukorica mikromechanikai paraméterei, illetve a kukorica-kukorica kapcsolat paraméterei a 3.6. táblázatban láthatók.

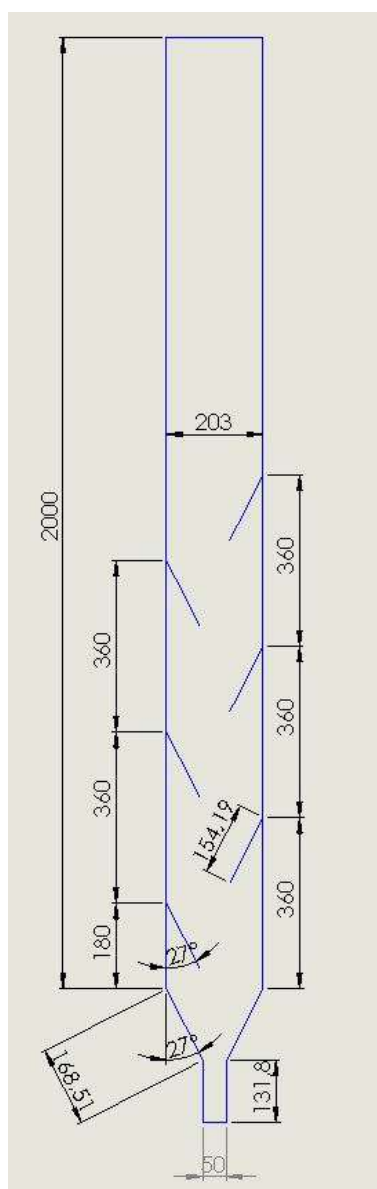


3.6. táblázat: Kalibrált anyag- és kapcsolati tulajdonságok

Mikromechanikai paraméterek	Kukorica	Kapcsolati tulajdonságok	Kukorica-kukorica
Poisson-tényező [-]	0,31	Ütközési tényező [-]	0,1
Anyagsűrűség $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	1180	Súrlódási tényező [-]	0,2
Csúsztató rugalmassági modulusz [Pa]	$3 \cdot 10^7$	Gördülési ellenállási tényező [m]	0,01

### 3.3. Egyenes lamella hajlásszög változtatás hatása

A szárítóberendezésben lezajló magmozgások vizsgálatához a 3.8. ábrán látható modellszárító geometriáját vettem alapul (3.22. ábra).

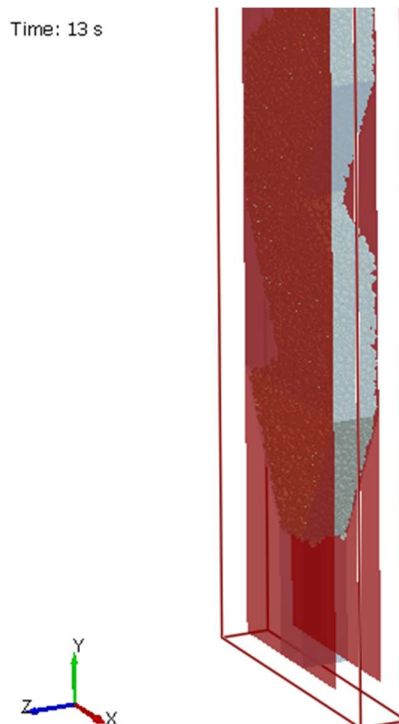


3.22. ábra: A numerikus modellben szereplő tároló geometriája

A modellszárító geometriájához képesti különbségek, hogy a numerikus modellben a szárítóberendezés magasságát a 3.2.1. fejezetben már említett ülepedés miatt 2000 mm-re választottam, illetve nem a teljes modellszárítót, hanem annak csak egy 50 mm vastag szeletét vizsgáltam, hogy a szimuláció belátható időn belül lefusson. A vizsgálatokat egy 100 mm vastagságú szelettel kezdtem, melynek futási ideje több napot is igénybe vett. A 100 mm vastagságú szeletből származó festett sávok alakját összevettem a modellszárítóban a festett sávok alakjával. Amennyiben a szeletet két oldalról egy-egy acélból készült lappal zártam le, úgy a sávok alakjában szignifikáns különbség nem volt tapasztalható. A hosszú futási időt figyelembe véve döntöttem úgy, hogy megvizsgálom az 50 mm vastagságú szeletet. Az 50 mm és a 100 mm vastagságú eseteket összehasonlítva szintén nem volt szignifikáns különbség a festett sávok alakjában a modellszárító és a szimuláció esetében, viszont a szimulációs idő lényegesen lerövidült, így a továbbiakban az 50 mm vastagságú szelet használata mellett döntöttem.

Probléma a szeletet határoló két lap anyagából adódott (3.23. ábra), ebből több lehetőséget is megvizsgáltam, amelyek a következők voltak:

- periodikus perem (ha egy szemcse eléri az adott oldalt, akkor felbukkan a modell másik oldalán),
- a szemcsével megegyező anyagtulajdonságokkal (kukorica) rendelkező lap,
- a geometriával megegyező anyagtulajdonságokkal (acél) rendelkező lap,
- súrlódásmentes lap.

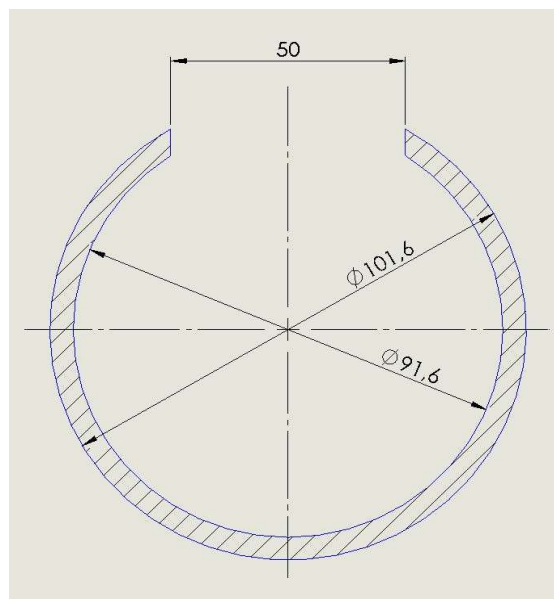


3.23. ábra: A numerikus modellt határoló két oldallap

A felsorolt eseteket megvizsgálva a méréssel megegyező magmozgás csak az acélból készült oldallap esetén volt megfigyelhető, a többi esetben a festett sávok alakja eltért a valós alaktól, így a továbbiakban az acélból készült oldallapot alkalmaztam. Mivel a modellszárítóban a vizsgálóablakok is a falnál lettek kiképezve a mérések során, ezért is volt célszerű ezt a megoldást használni.

A szimuláció során a 3.14. ábrán már bemutatott szemcse geometriákat alkalmaztam a 3.2. táblázatban megadott százalékos eloszlás szerint.

A modellszárítóban az anyag kitárolása egy forgó henger segítségével történik (3.24. ábra).



3.24. ábra: A modellszárító kitároló egységének keresztmetszete

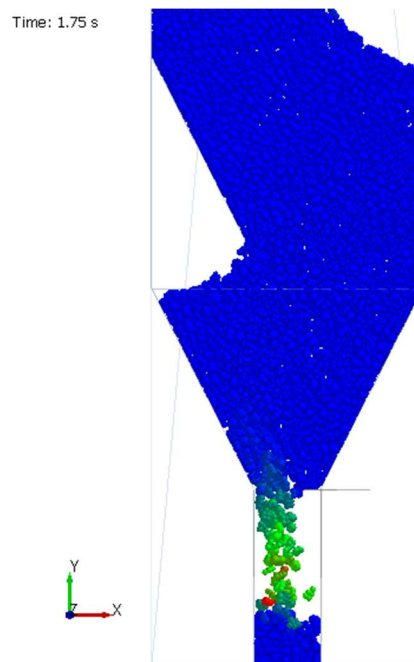
A henger állandó szögsebességgel 180°-ot fordul a tengelye körül, mely során kiüríti a benne lévő magmennyiséget, majd rövid szünet után további 180°-os fordulat után visszatér a kiindulási helyzetébe, újból megtelik, majd pedig ismétlődik a folyamat. A forgó alkatrészek egyenletes kopása érdekében a henger nem egy irányban forog, hanem váltott irányban, egyszer óramutató járása szerint, egyszer ellentétesen.

A numerikus modellben ezen geometria és a hozzá tartozó kinematikai jellemzők megadása nehézkes lett volna, így a kör keresztmetszet helyett egy téglalap keresztmetszetű kitároló egységet használtam.

A szimulációban az ürítő nyílás a kitaroló hengeréhez hasonlóan 50 mm szélességű, a téglalap keresztmetszete pedig megegyezik a henger kör alapjának területével, azaz  $A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{91,6^2\pi}{4} = 6589,93\text{mm}^2$ , ebből a téglalap  $b$  magassága (a vízszintes méret  $a = 50$  mm):

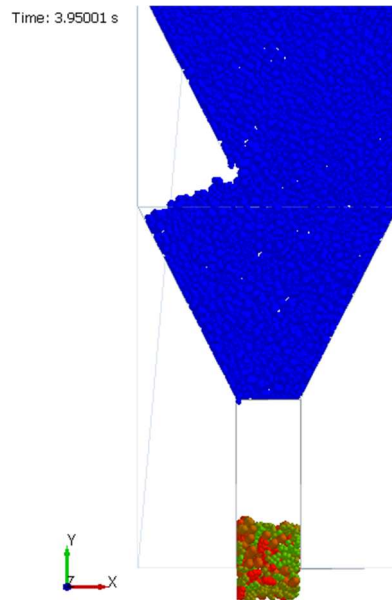
$$A = a \cdot b \rightarrow b = \frac{A}{a} = \frac{6589,93}{50} = 131,8\text{mm}.$$

A numerikus modellben az ürítés a kitaroló egységet fedő lap (tolózár) elmozdulásával kezdődik. A tolózár konstans,  $v = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel halad vízszintes irányban 1 s időtartamig, ezalatt a kitaroló egység teljesen kinyílik, a szárítóból pedig beáramlanak a szemcsék (3.25. ábra).



3.25. ábra: A kitaroló-egységbe áramló szemcsék félig nyitott felső tolózár pozícióban

Ezt követően 0,5 s várakozás után (hogy a szemcsehalmaz mozgási energiája közel 0 J-ra csökkenjen) a szintén  $v = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sebességgel, ellentétes irányban mozogva 1 s alatt bezáródik. Mivel a kitaroló egységben található szemcséknek a magmozgás szempontjából már nincs jelentősége, ezért a tolózár záródása után a kitaroló egység alja 0,01 s alatt,  $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  konstans sebességgel kinyílik, az egységben található szemcsék pedig kihullanak a szimulációs térből, így ezekkel a szemcsékkel a program a továbbiakban már nem számol (3.26. ábra).



3.26. ábra: A szimulációs térből kihulló szemcsék

Ezután a kitároló egység alja szintén  $0,01$  s alatt,  $v = 5 \frac{m}{s}$  sebességgel visszazáródik. Innentől pedig a ciklus kezdődik előlről.

A tolózár a modellszárítóban található hengerhez hasonlóan az egyik nyitási ciklusban jobbra, a következő ciklusban pedig balra kezdi a nyitást. Egy nyitási ciklus  $3$  s alatt megy végbe, de mivel váltott irányban történik a nyitás, ezért egy adott irányú nyitási ciklus ismétlési ideje  $6$  s. Mivel a kitároló egységből történő kihullás esetén a nyitási-zárási időtartamnak és az iránynak nincs jelentősége. A tolózár és a kitároló egység aljának nyitási-zárási ciklusainak kinematikai jellemzőit összefoglaló 3.7.a. és 3.7.b. táblázatok az alábbiakban láthatók.

Mivel a tároló feltöltési ideje  $1$  s, továbbá négy  $3$  s időtartamú nyitási ciklus megy végbe, így a szimuláció teljes időtartama  $13$  s. Ennyi idő után már egyértelműen látható, hogy a festett sávok milyen alakot vesznek fel.

3.7.a. táblázat: A tolózár egy oda-vissza ciklusának kinematikai jellemzői

<b>Nyitás 1</b>	Kezdés: 1 s Vége: 2 s	$v_x = 0,05 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$	<b>Nyitás 2</b>	Kezdés: 4 s Vége: 5 s	$v_x = -0,05 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$
<b>Zárás 1</b>	Kezdés: 2,5 s Vége: 3,5 s	$v_x = -0,05 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$	<b>Zárás 2</b>	Kezdés: 5,5 s Vége: 6,5 s	$v_x = 0,05 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$

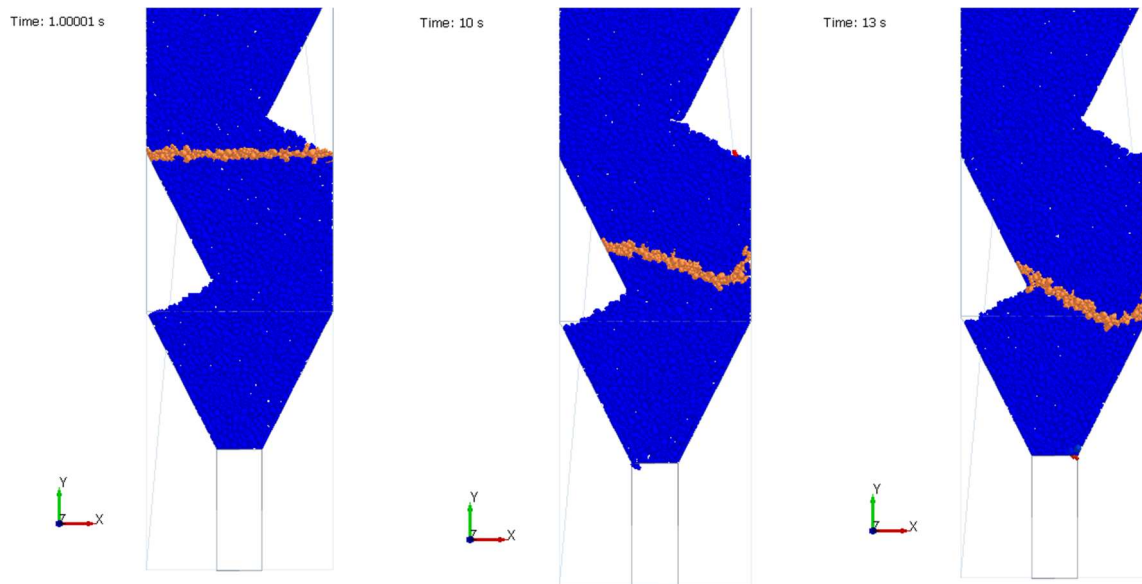
3.7.b. táblázat: A kitároló egység alja egy ciklusának kinematikai jellemzői

<b>Nyitás</b>	Kezdés: 3,8s Vége: 3,81s	$v_x = 5 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$	<b>Zárás</b>	Kezdés: 3,99s Vége: 4s	$v_x = -5 \frac{m}{s}$ $a = 0 \frac{m}{s^2}$
---------------	-----------------------------	--	--------------	---------------------------	---

A lamella dőlésszög hatásának vizsgálata során az  $\alpha$  értéket az alábbiak szerint változtattam:  $\alpha = 22^\circ$ ;  $\alpha = 24^\circ$ ;  $\alpha = 27^\circ$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\alpha = 32^\circ$ . Amint a 3.21. ábrán is látszik, ezek közül a  $27^\circ$ -os érték az eredeti szögállás. A szimulációk háromszoros ismétléssel futottak le.

A lamella szögállás hatásának vizsgálatára korábban már bevezettem a 3.1. összefüggés szerinti  $\vartheta = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{max}}$  dimenzió nélküli hányadost, ahol  $v_{max}$  a legnagyobb sebességgel rendelkező szemcse sebességének  $y$  komponense,  $v_{min}$  a legkisebb sebességgel rendelkező szemcse sebességének  $y$  komponense. Minél inkább közelít ez a  $\vartheta$  érték a 0-hoz, annál egyenletesebb az áramlás.

Minden egyes szimuláció esetén úgy vettem figyelembe a festett csíkok pozícióját, hogy az adott sáv egy lamellán végig menjen, de a festett szemcsék még ne potyogjanak le az adott lamelláról (3.27. ábra).



3.27. ábra: A festett sávok elhelyezkedése a kiindulási időpontban (1 s), illetve 10 s és 13 s után 27°-os lamella szögállás esetén

Annak érdekében, hogy ne csússzon le a festett sáv a lamelláról és a különböző szimulációkban a sávok alakja összehasonlítható legyen, a szimulációs időből az 1 s és 10 s közötti időintervallumot vettem figyelembe, azaz három nyitási ciklust vizsgáltam, így a vizsgálati időintervallum minden esetben  $\Delta t = 9$  s. Mivel a vizsgált időintervallum minden esetben megegyezett, ezért a  $\vartheta$  hányados értékét vissza tudtam vezetni az adott festett sávban található szemcsék súlypontjának függőleges  $y$  koordinátáira. Ebben az esetben tehát be tudtam vezetni a  $\vartheta$  sebességtényező helyett a  $\xi$  hányadost (egyenletlenségi tényező) az alábbiak szerint:

$$\xi = \frac{y_{max} - y_{min}}{y_{max}}, \quad (3.7)$$

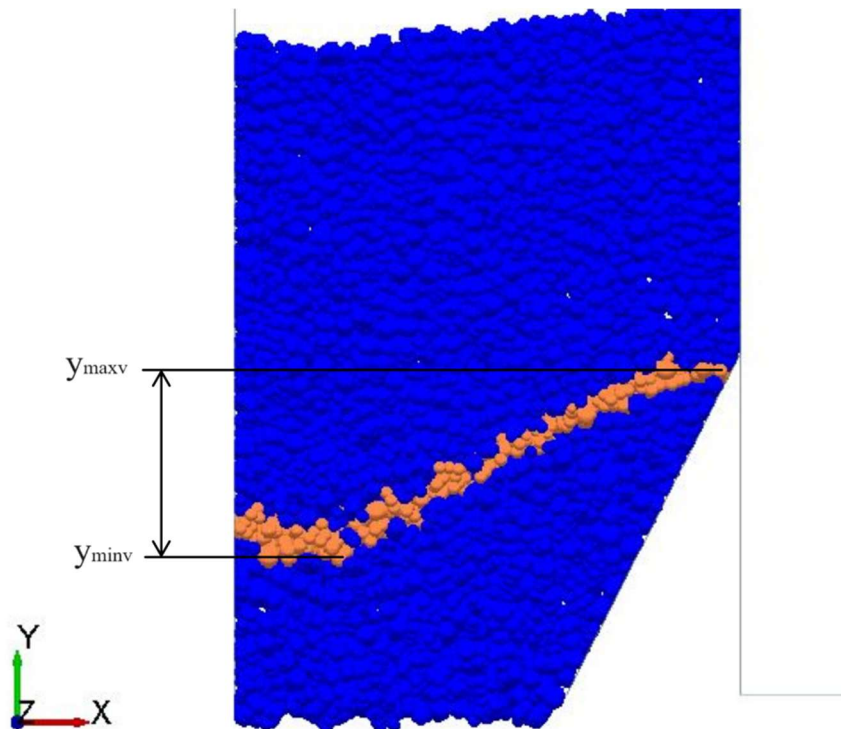
ahol:

$y_{max}$  a legmagasabb pozícióban elhelyezkedő szemcse súlypontjának  $y$  koordinátája,

$y_{min}$  a legalacsonyabb pozícióban elhelyezkedő szemcse súlypontjának  $y$  koordinátája.

Ezek az  $y$  koordináták a szoftverből egyszerűen lekérdezhetőek, ráadásul a számítási módszer mellett szól még az is, hogy az elmozdulás nem származtatott mennyiség, hanem közvetlenül mérhető, így pontosabban meghatározható. Minél egyenletesebb az áramlás, annál inkább közelít a  $\xi$  értéke a 0-hoz.

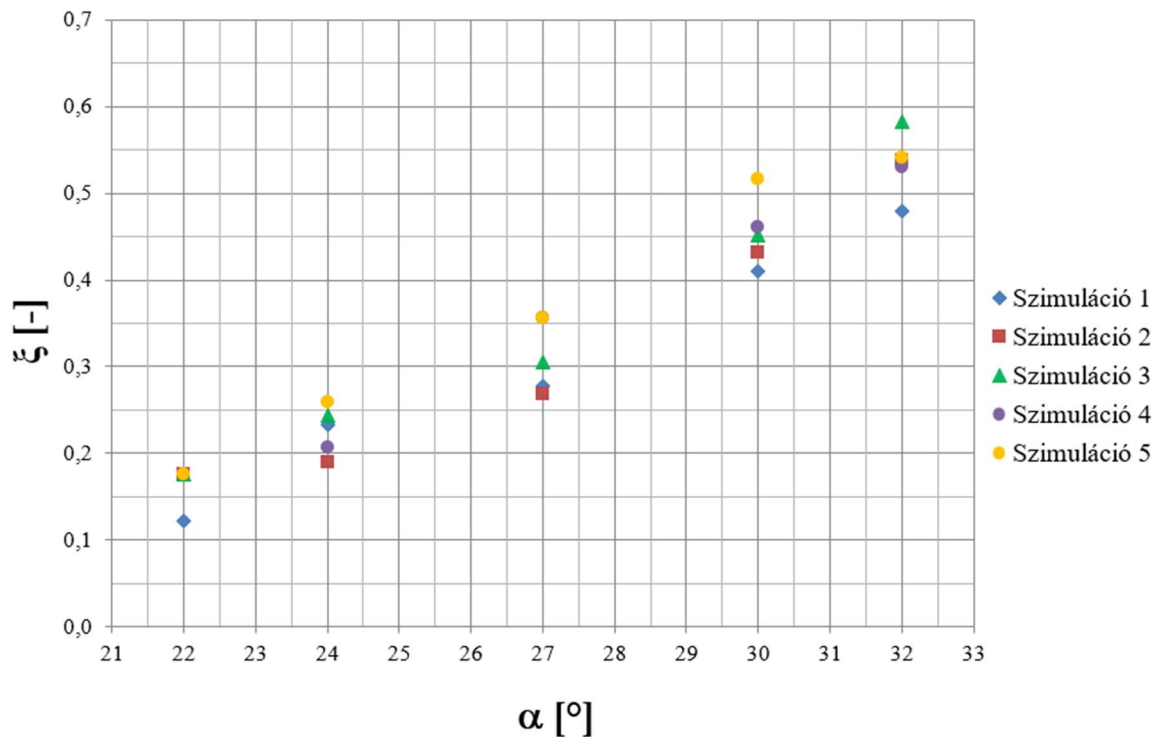
A  $\xi$  egyenetlenségi tényező meghatározásához a szimulációból szükségem volt a festett sávban található szemcsék  $y_{\max 0}$  és  $y_{\min 0}$  koordinátáira, továbbá a  $\Delta t = 9$  s eltelte után az  $y_{\max v}$  és  $y_{\min v}$  koordinátákra (3.28. ábra). Mivel a festett sáv vékony, 1-2 szemcse vastagságú, ez a mozgás során megtett úthoz képest elhanyagolható vastagság, ezért az  $y_{\max 0} \approx y_{\min 0}$  közelítést alkalmaztam.



3.28. ábra: Áramlási egyenetlenség meghatározása a szemcsék elmozdulásából

Az  $y$  koordináták segítségével így minden vizsgált szögállás esetén meg tudtam határozni a  $\xi$  hányadost, az eredmények a 3.29. ábrán található diagramon láthatók.

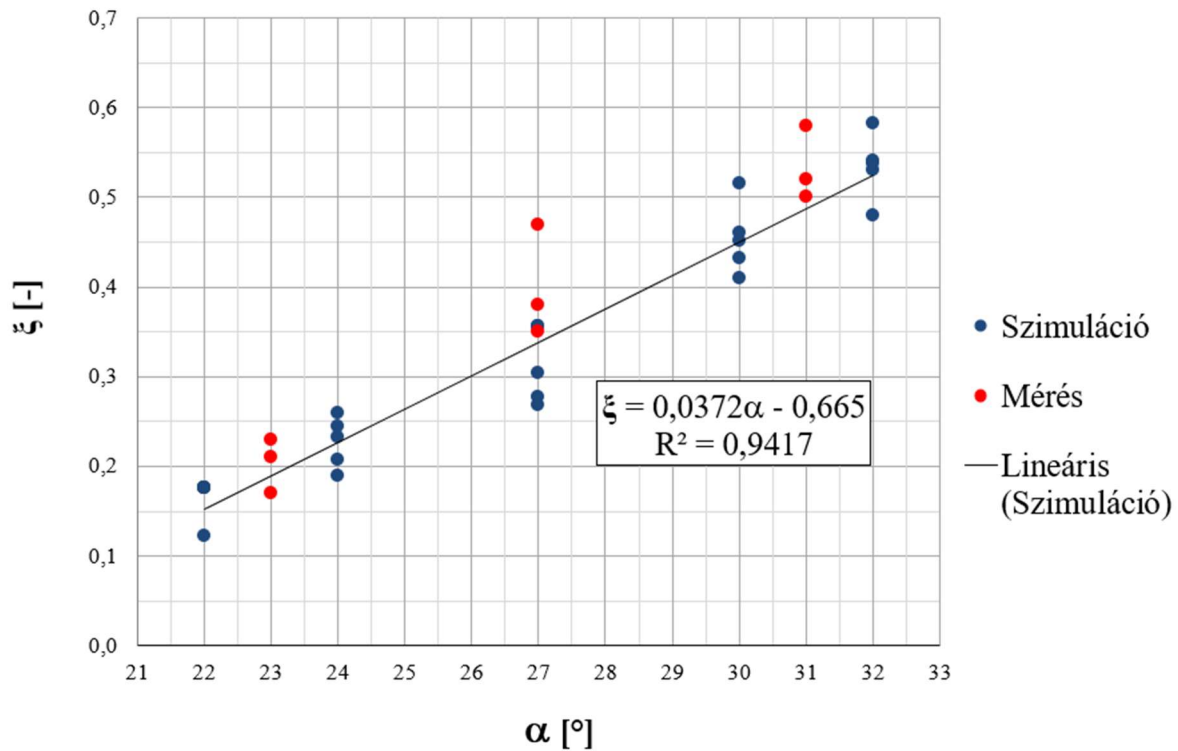




3.29. ábra: A  $\xi$  egyenetlenségi tényező a lamella hajlásszög függvényében, ötszörös ismétléssel

A diagramon látható, hogy a  $\xi$  sebességviszony jelentősen változik a különböző lamella hajlásszög értékeknél, minél kisebb egy lamella szöge, a  $\xi$  annál kisebb értéket vesz fel. Ebből természetesen következhetne, hogy a sebességviszonyok akkor lennének ideálisak, ha a lamellák hajlásszöge  $0^\circ$ , azaz gyakorlatilag nincsenek lamellák a tárolóban. Azonban a gyakorlati szempontokat is figyelembe kell venni, a halmaznak bizonyos időt el kell töltenie a szárító berendezésben, hogy a szárítás mértéke megfelelő legyen, illetve a szárítólevegőt is be kell juttatni a terményoszlopba, emiatt mindenképpen szükség van a terelő elemekre.

A 3.30. ábrán látható a modellszárítóban mért adatokból számított  $\vartheta$  sebességtényező, illetve a szimulációs eredményekből számított  $\xi$  hányados különböző lamella hajlásszögek esetén. Mivel a  $\xi$  a  $\vartheta$ -ból származtatott mennyiség, emiatt ebben az esetben össze lehet hasonlítani az egyenetlenséget leíró két jellemzőt. A lineáris illesztést a szimulációs adatokra végeztem el, a mérési adatok csak tájékoztató jelleggel szerepelnek a diagramban.



3.30. ábra: A mért és a numerikus módszerrel meghatározott egyenetlenségi tényező értékek összehasonlítása

A szimulációs eredményekre való lineáris illesztés eredményeképpen kapott függvény egyenlete:

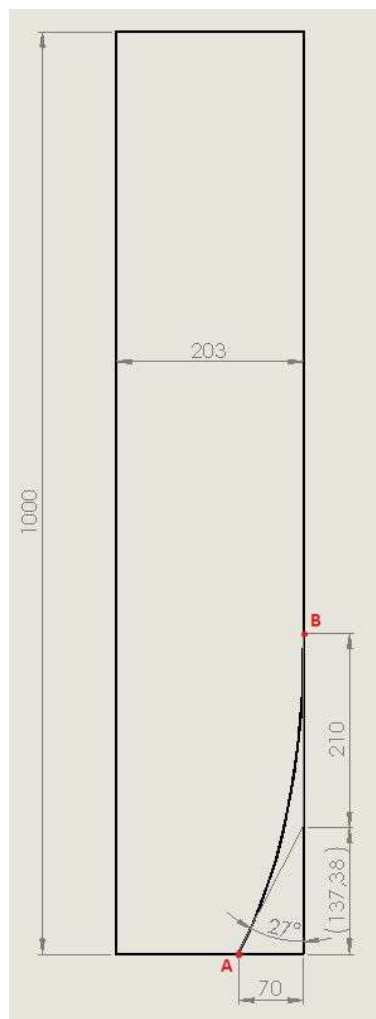
$$\xi = 0,0372\alpha - 0,665, \quad (3.8)$$

a korrelációs együttható értéke  $R^2 = 0,9417$ . A vizsgált anyag jellegét figyelembe véve ez az  $R^2$  érték megfelelőnek mondható.

### 3.4. Egyenes és ciklois lamella geometria összehasonlítása

A 2.2. fejezetben bemutatott brachisztokron-probléma megoldása egy ciklois alakú görbét adott, azaz egy súrlódásmentes pályán mozgó anyagi pont akkor ér el a legrövidebb idő alatt a megadott A pontból B pontba, ha a pályagörbe ciklois alakú. Noha ez a megoldás egyetlen anyagi pont mozgására vonatkozott, ráadásul súrlódásmentes esetben (bár ahogy a 2.2. fejezetben látható volt, léteznek analitikus megoldások súrlódásos esetre is, de azok jóval bonyolultabbak), úgy gondoltam, hogy a szárítóberendezés esetében az egyenes lamella geometriájának ciklois alakúra való módosítása javulást okozhat a szemcsemozgás egyenetlenségében.

Mivel a szemcsék az egyenes lamella, illetve a ciklois alakú lamella használata esetén eltérő mozgásviszonyokkal rendelkeznek, ezért az előző vizsgálatok során használt geometria, illetve az ebbe illesztett ciklois alakú lamella használata esetén (a nyitási ciklusokat is figyelembe véve) az alkalmazható vizsgálati időintervallum nagyon kicsi. Emiatt a két lamella alak összehasonlítására más vizsgálati geometriát alkalmaztam (3.31. ábra), a mikromechanikai paraméterek és a kapcsolati jellemzők viszont megegyeznek a 3.6. táblázatban bemutatott értékekkel. A szimulációkat a modell felhasználhatóságának vizsgálatakor háromszoros, azután pedig ötszörös ismétlésben futtattam le.



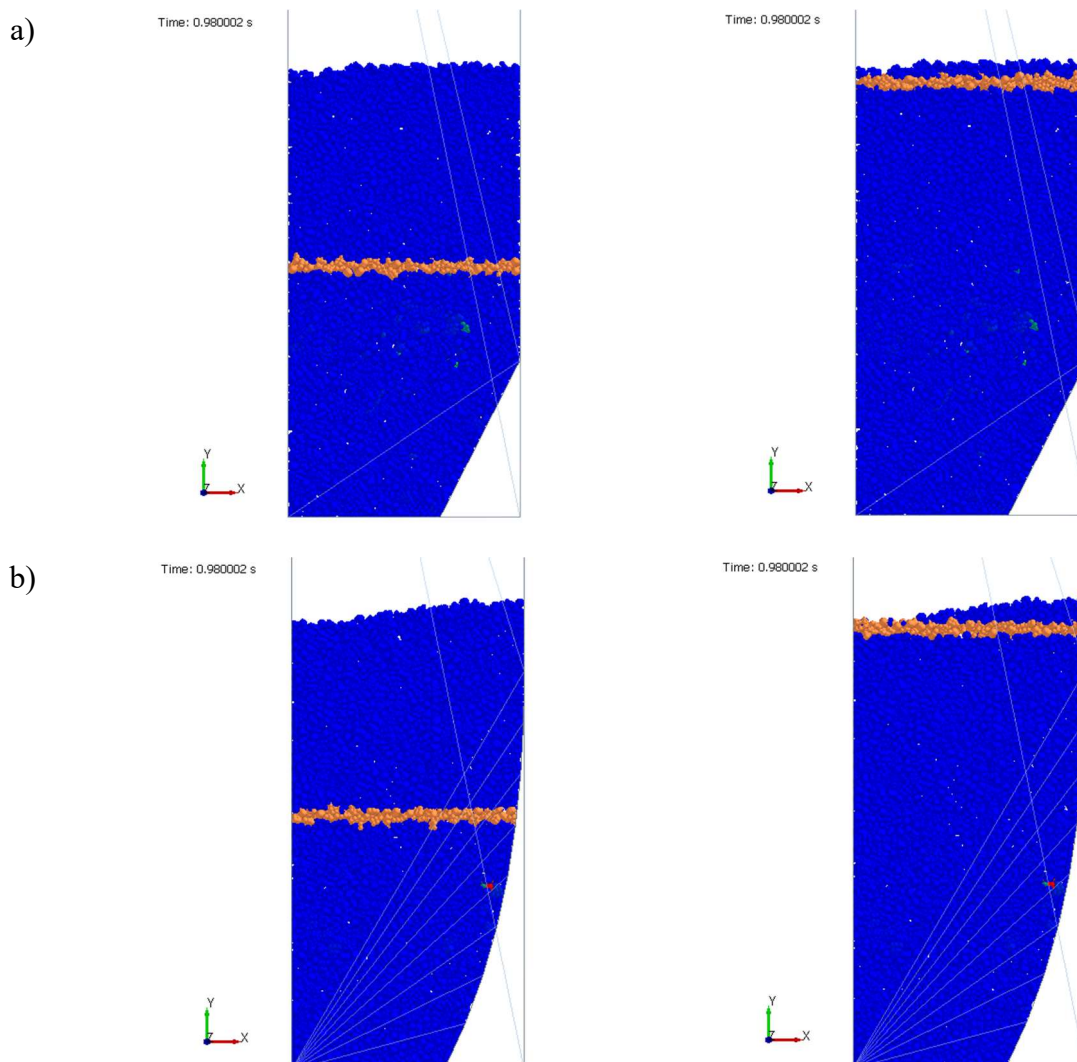
3.31. ábra: Tároló geometriája az egyenes és ciklois alakú lamella összehasonlításához

Az egyenes lamella az eredeti, a modellszárítóban is használt  $\alpha = 27^\circ$ -os hajlásszögű lamella. A ciklois alakú lamella geometriáját konstrukciós okokból úgy alkottam meg, hogy a görbe érintője a lamella végén található  $A$  pontban maga az egyenes lamella, a  $B$  pontban pedig az érintő a függőleges egyenes.

Ebben az esetben a cikloisgörbe egyenlete:

$$x = 70 - 70 \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4900}} + 150 \cdot \arcsin \left[ \frac{y}{70} \right]. \quad (3.9)$$

Ebben a numerikus modellben úgy szerettem volna feltölteni a tárolót, hogy az ülepedés után a szemcsehalmaz szintje nagyjából a *B* pontnál legyen, emiatt a tároló magasságát 1000 mm-re választottam. Mivel a szögállás változtatás esetén is egy lamellán való végig haladást vettem figyelembe, ezért ebben a tárolóban egyetlen lamellát helyeztem el. A halmaz leülepedése után kijelöltem egy vékony, festett csíkot a halmaz közepén, illetve a tetején is (3.32. ábra).



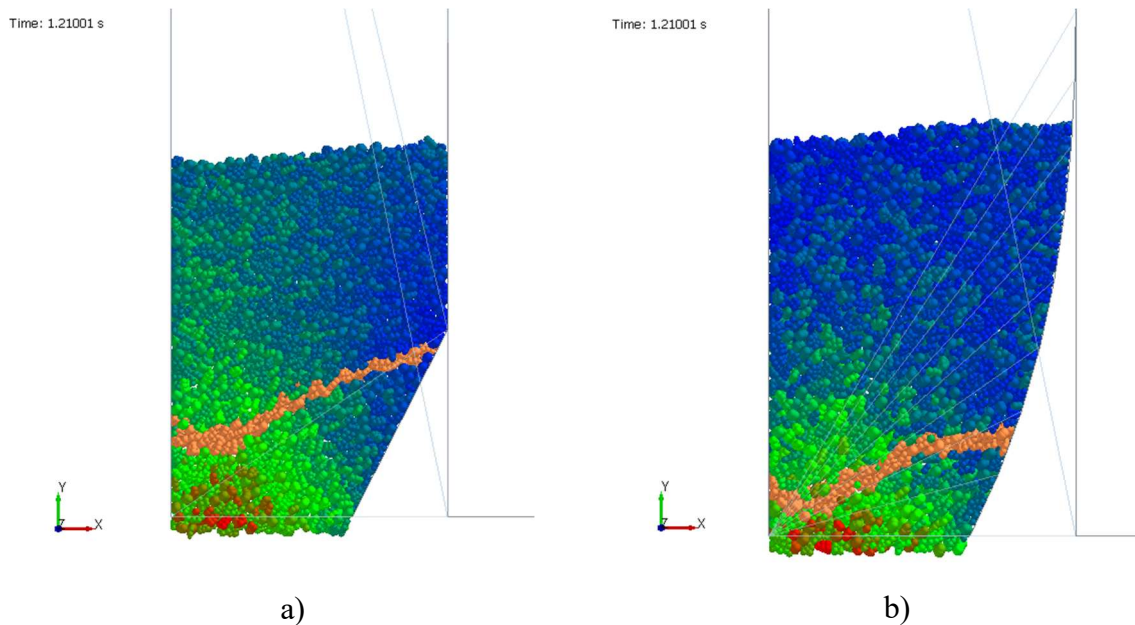
3.32. ábra: Festett csíkok elhelyezkedése a numerikus modellekben a) egyenes, illetve b) ciklois alakú lamella esetén

Mivel a geometria már más, mint a modellszárító esetén, így az ott található nyitómechanizmust és annak geometriáját sem követtem le a modellben szereplő mechanizmussal. Az ülepedés után a tároló alját hirtelen,  $t = 0,01$  s alatt  $v = 20,3 \frac{m}{s}$  sebességgel teljesen kinyitottam, majd pedig hagytam, hogy a szemcsés anyag teljesen távozzon a tárolóból.

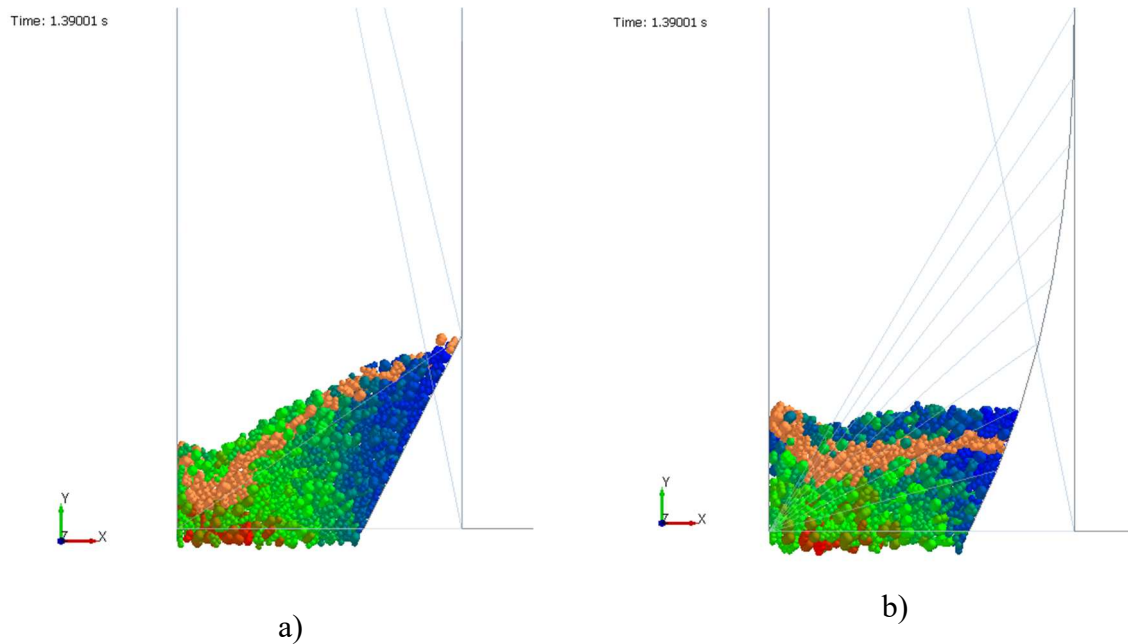
A mozgás egyenletlenségét ebben az esetben is a  $\xi = \frac{y_{max} - y_{min}}{y_{max}}$  összefüggéssel határoztam meg.

Az  $y_{max}$  és  $y_{min}$  koordináták meghatározása és használata megegyezik a 3.3. fejezetben taglaltakkal.

Ezen összefüggés használatának továbbra is az a feltétele, hogy a  $\Delta t$  időintervallum egy festett sáv vizsgálata esetén megegyezzen. Ez a vizsgálati időintervallum a halmaz közepén elhelyezett sávok esetén  $\Delta t = 0,21$  s, a halmaz tetején elhelyezett sávok esetén pedig  $\Delta t = 0,39$  s. Ezen intervallumok úgy lettek meghatározva, hogy a festett sávok ennyi idő elteltével érik el a tároló alját, viszont az  $y_{min}$  koordináták értékei minden esetben pozitívak legyenek (3.33., 3.34. ábra).

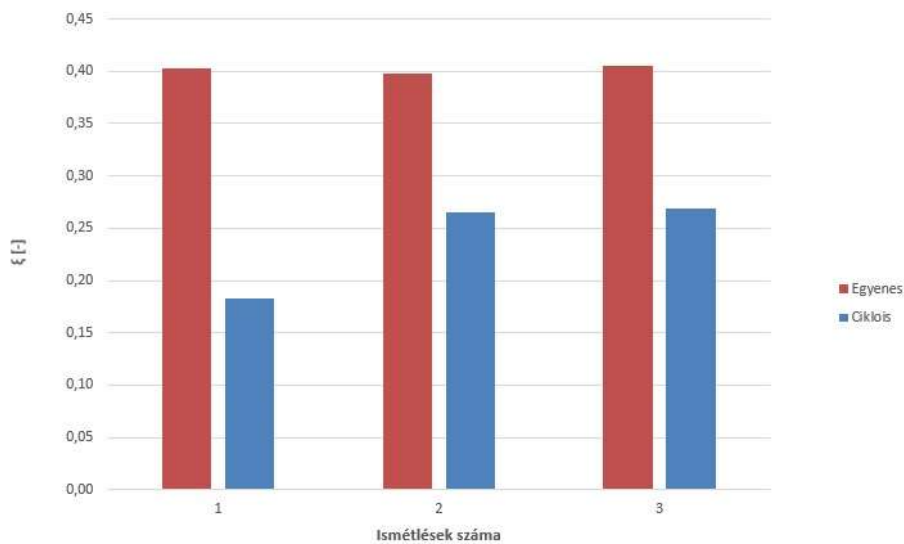


3.33. ábra: A közepén elhelyezett festett sávok alakja (a) egyenes, illetve (b) ciklois alakú lamella esetén  $\Delta t = 0,21$  s elteltével

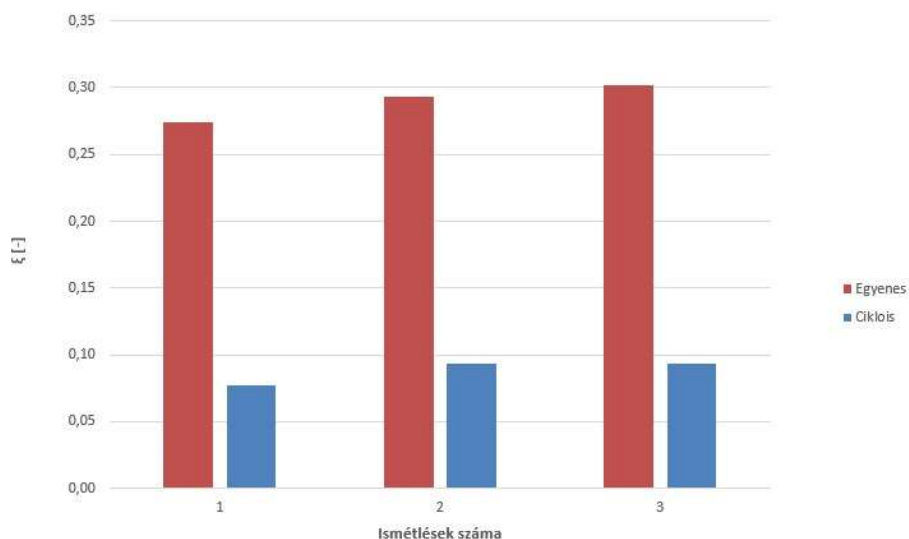


3.34. ábra: A halmaz tetején elhelyezett festett sávok alakja (a) egyenes, illetve (b) ciklois alakú lamella esetén  $\Delta t = 0,39$  s elteltével

A  $\xi$  értékek összehasonlítása a halmaz közepén, illetve tetején elhelyezett festett sávokat külön-külön vizsgálva a 3.35. és 3.36. ábrákon található diagramokon látható.



3.35. ábra: A középső festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek összehasonlítása  $\mu_{fal} = 0,25$  és  $\mu_{szemcse} = 0,2$  alapértékek esetén



3.36. ábra: A halmaz tetején lévő festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek összehasonlítása

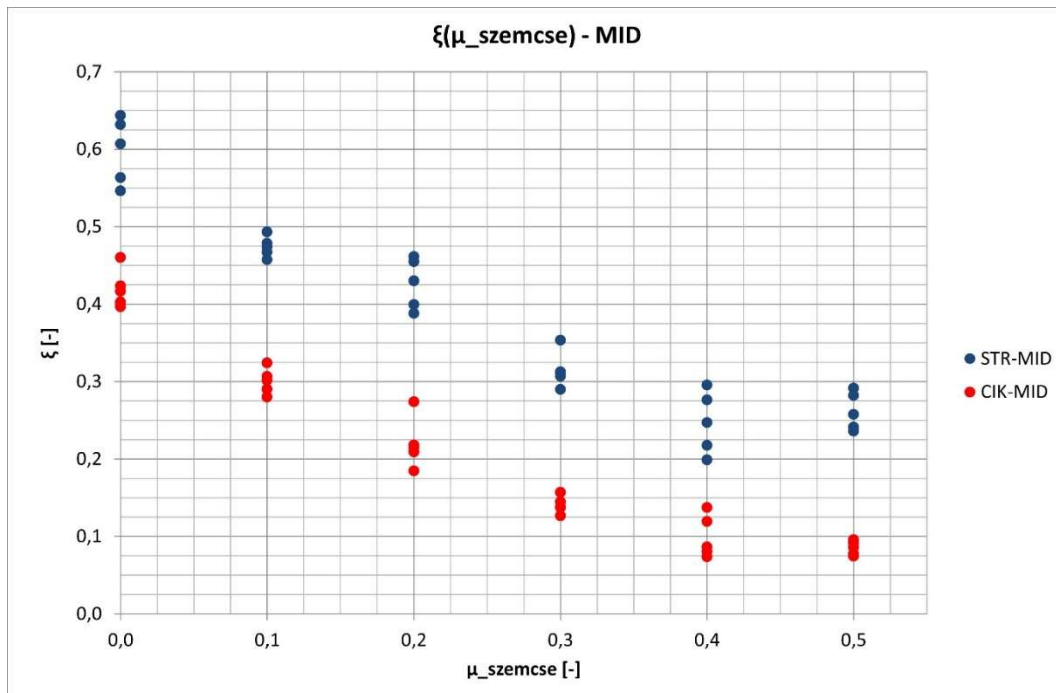
$$\mu_{fal} = 0,25 \text{ és } \mu_{szemcse} = 0,2 \text{ alapértékek eseté}$$

Ahogy az a 3.35. és 3.36. ábrákon látható, a 3.6. táblázatban látható kiindulási paraméterekkel a ciklois alakú lamella esetén a szemcsék mozgása a kijelölt sávokban minden esetben egyenletesebbnek bizonyult (a  $\xi$  érték kisebb, mint egyenes lamella esetén).

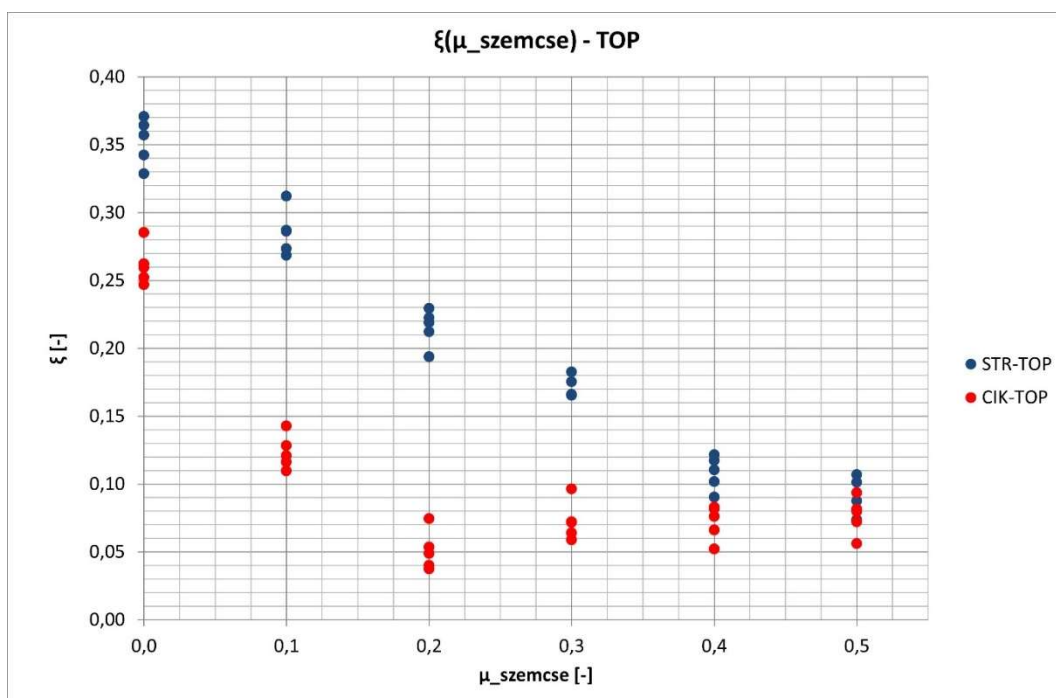
A 3.2.2. fejezetben megállapításra került, hogy a szárítóberendezésben a szemcsék mozgására leginkább a szemcse-fal és a szemcsék közötti súrlódási tényező van hatással. Elképzelhető, hogy mindkét érték változik akár a szárítási folyamat közben is például a szemcsék nedvességtartalmának változása, illetve a kopás miatt. Ezért a továbbiakban megvizsgáltam a szemcse-fal ( $\mu_{fal}$ ) és a szemcse-szemcse ( $\mu_{szemcse}$ ) közötti súrlódási tényezők hatását a mozgás egyenetlenségére egyenes és ciklois lamella esetén is, az előző esethez hasonlóan a halmaz közepén, illetve a halmaz tetején kijelölt sávokat figyelembe véve. A súrlódási tényező értékeket mindkét esetben 0 és 0,5 között változtattam, 0,1 lépcsőkkel. Minden szimulációt ötszörös ismétlésben futtattam le. A tároló kiürülése során továbbra is figyelembe kellett venni, hogy a vizsgált sáv  $y_{min}$  koordinátája minden esetben pozitív legyen, azaz a festett sávból még egyetlen szemcse se hagyja el a tárolót (a tároló ürítő nyílása  $y = 0$  koordinátán található). Ez azt is jelenti, hogy a változó mozgásviszonyok miatt az összehasonlításához a vizsgálati időintervallumokat csak az összes szimuláció lefutása után lehetett meghatározni.

Ebben az esetben a középső sávok vizsgálati időintervalluma  $\Delta t = 0,19$  s, a felső sávok vizsgálati időintervalluma pedig  $\Delta t = 0,32$  s volt. Mivel a 3.33. és 3.34. ábrán vázolt esetekhez képest az időintervallumok hossza megváltozott, ez a 3.3. fejezetben említettek okok miatt azt jelenti, hogy a következő eredményeket nem lehet összehasonlítani a 3.35. és 3.36. ábrán látható eredményekkel.

A  $\mu_{fal}$  és  $\mu_{szemcse}$  súrlódási tényező értékek változtatása során kapott  $\xi$  egyenetlenségi tényező értékek változása a 3.37. - 3.40. ábrákon található diagramokon láthatók.

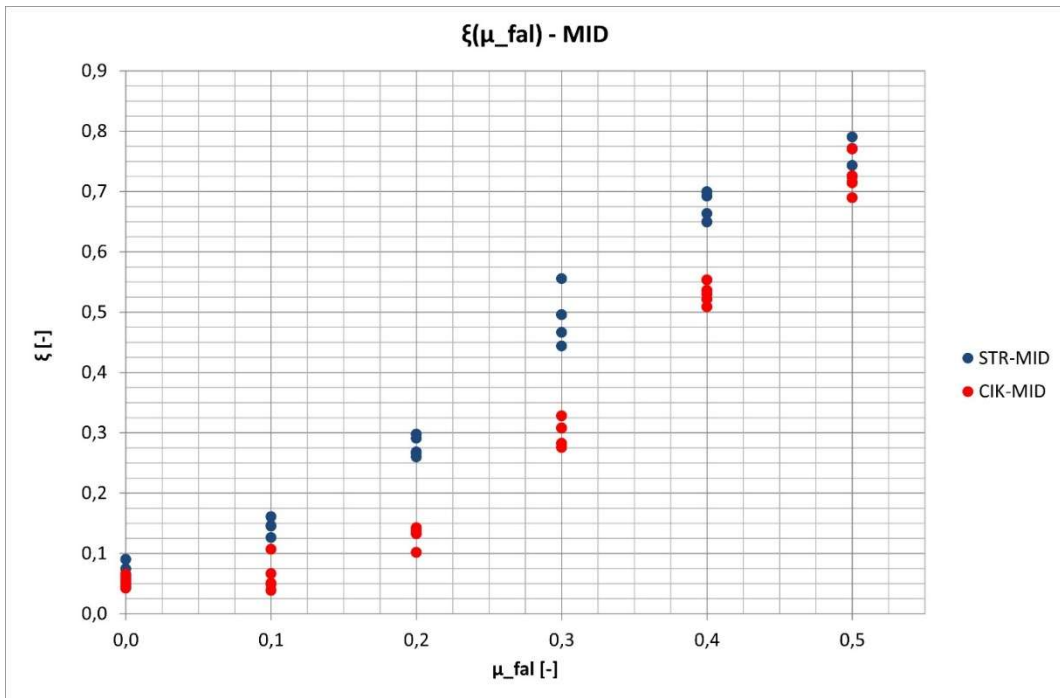


3.37. ábra: A középső (MID) festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek egyenes (STR) és ciklois (CIK) lamella esetén, a szemcsék közötti súrlódási tényező függvényében

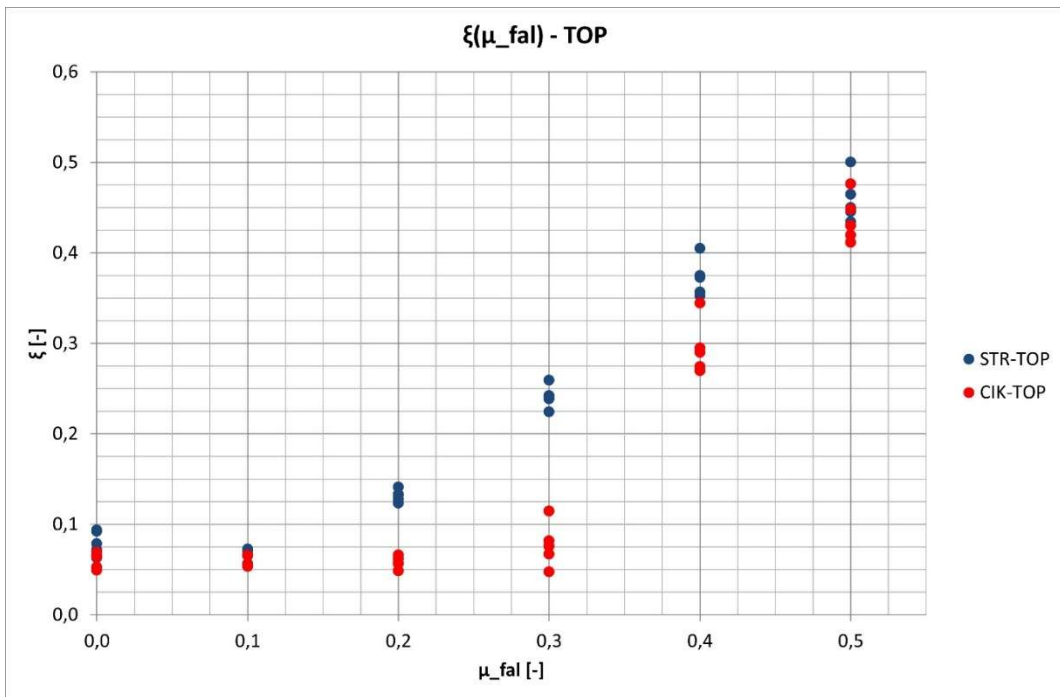


3.38. ábra: A felső (TOP) festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek egyenes (STR) és ciklois (CIK) lamella esetén, a szemcsék közötti súrlódási tényező függvényében





3.39. ábra: A középső (MID) festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek egyenes (STR) és ciklois (CIK) lamella esetén, a szemcse-fal közötti súrlódási tényező függvényében



3.40. ábra: A felső (TOP) festett sávok esetén meghatározott  $\xi$  értékek egyenes (STR) és ciklois (CIK) lamella esetén, a szemcse-fal közötti súrlódási tényező függvényében

A 3.37.-3.40. ábrákon látható eredmények szerint a középső (MID) festett sávok esetére számolt egyenetlenségi tényező értékek inkább „haladnak egymással” az egyenes és a ciklois lamellák összehasonlítása során, mint a halmaz tetején (TOP) elhelyezett festett sávok esetén. Például a 3.37. ábrán látható eredmények szerint minden vizsgált értékre szinte ugyanakkora az eltérés a kék (egyenes lamella) és a piros (ciklois lamella) pontok között, azaz ugyanolyan vagy nagyon hasonló jellegű függvényekkel lehet közelíteni, míg a halmaz tetején elhelyezett sávok esetén sokkal inkább eltérő jellegű függvényeket lehet illeszteni a két pontsorra. Ezt az eltérést okozhatja az, hogy a középben elhelyezett sáv felett is található jelentős mennyiségű anyagalmaz, így az együtt mozog az alatta és felette elhelyezkedő anyagmennyiséggel, míg a halmaz tetején lévő sávot nem nyomja semmi, a mozgása az anyag többi részétől eltérő lehet, hullámozhat, így ez nem feltétlen írja le jól a halmaz belsejében lévő sávok viselkedését. Így a továbbiakban csak a középben elhelyezett sávokkal dolgoztam tovább.

## 4. EREDMÉNYEK

A szakirodalmi források és a saját mérési tapasztalatok szerint is igen jelentős minőségbeli romlást okoz a szárítóberendezések alul- és túlszárítása, amit a szárítóbeli anyagáramlási egyenetlenségek okoznak. A szárító belsejében az anyagáramlási útvonalakat lamellák szabályozzák. Disszertációmban ezeknek a lamelláknak az anyagmozgásra kifejtett hatását vizsgáltam és javaslatot tettem olyan konstrukciós módosításokra, amelyek az áramlási egyenetlenségeket lecsökkentve javítják a szárítás hatékonyságát és a végtermék minőségét.

### 4.1. Az egyenetlenségi tényező

Elsőként olyan mértékegység nélküli jellemzőt kerestem, amelynek segítségével számszerűsíteni tudtam az anyagáramlás egyenetlenségét. Míg a szakirodalom elsősorban a „residence time”, azaz tartózkodási idő fogalmát használja ennek leírására, én a szemcsék függőleges irányú elmozdulásában jelentkező egyenetlenséget írtam le a  $\xi$  egyenetlenségi tényezővel, ahol

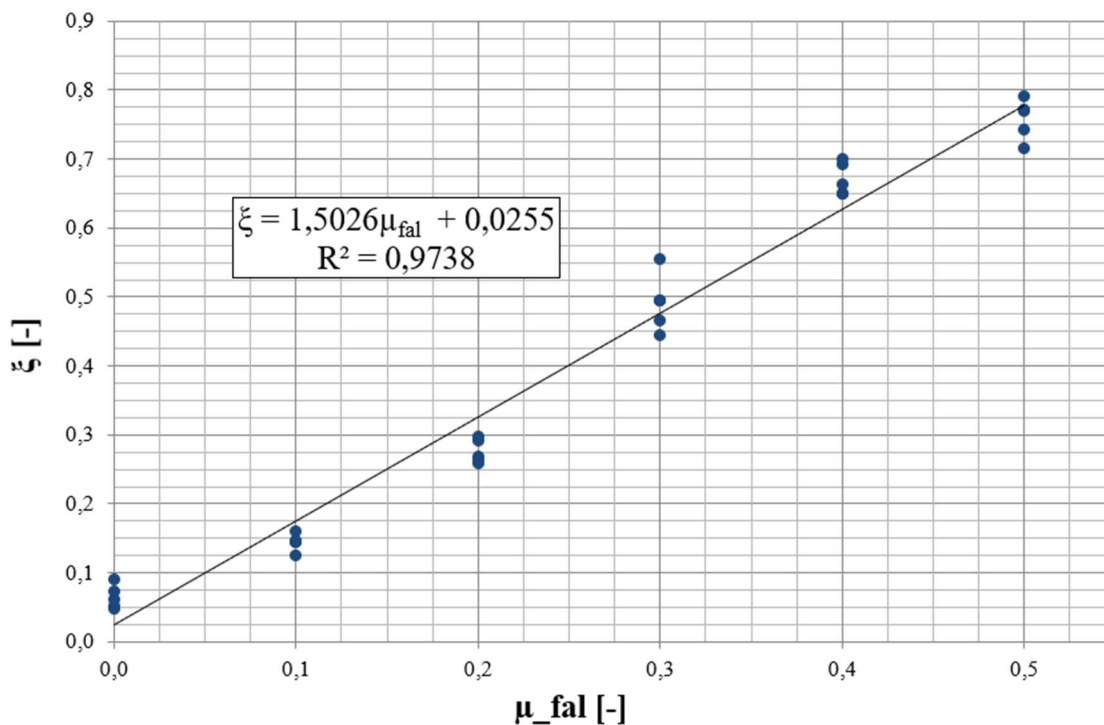
$$\xi = \frac{y_{max} - y_{min}}{y_{max}} \quad (4.1)$$

Ez az egyenetlenségi tényező 0 és 1 közötti értékeket vehet fel, ahol a 0 érték adja meg a tökéletesen egyenletes áramlást.

Ugyanezen jellemző számítható lenne a sebességekkel is (3.1 összefüggés), de jelen esetben az elmozdulás játszik tényleges szerepet a szárítóközegben eltöltött idő meghatározásában, így jobban alkalmazható. Ezen jellemző esetén azonban figyelni kell, hogy a  $\xi$  értékek akkor hasonlíthatók össze, ha azonos időintervallumon lezajló elmozdulásokat vizsgálunk.

## 4.2. A falsúrlódás hatása

Elsőként megvizsgáltam, hogy a 3.31. ábrán bemutatott modell esetén, azonos lamella szögállás ( $27^\circ$ ) és szemcsék közötti súrlódási tényező érték ( $\mu_{szemcse} = 0,2$ ) esetén a falsúrlódás értékének megváltoztatása milyen hatással van az anyagáramlás egyenetlenségére. Az alábbi diagram tartalmazza a vizsgálataim eredményeit 0 és 0,5 közötti falsúrlódási tényező értékek esetén (4.1. ábra).



4.1. ábra: Az anyagáramlás egyenetlensége a szemcse-fal súrlódási tényező függvényében  $27^\circ$ -os lamella szögállás esetén

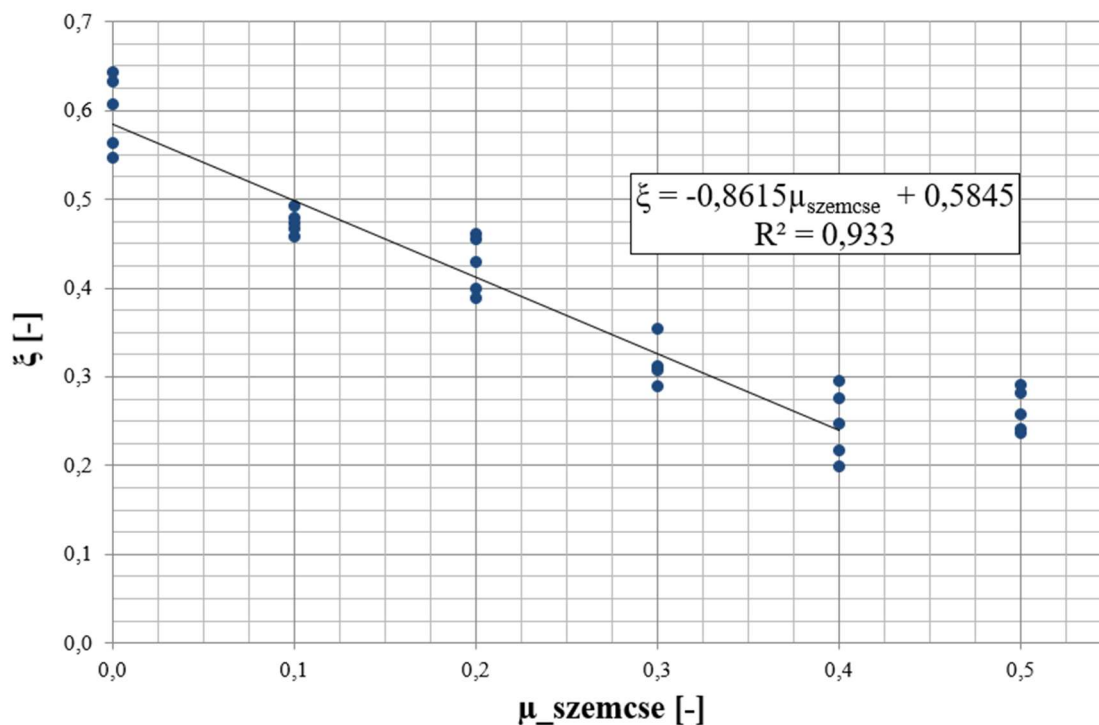
Az egyenetlenségi tényező értékét az alábbi közelítő egyenlet írja le a falsúrlódási tényező függvényében:

$$\xi = 1,5026 \cdot \mu_{fal} + 0,0255. \quad (4.2)$$

A falsúrlódás növekedése láthatóan „rontja” az anyagáramlás egyenetlenségét, mivel a szemcsék mozgását nagyobb súrlódási tényező esetén a fal jobban tudja akadályozni.

### 4.3. A belső súrlódás hatása

A következő lépésben megvizsgáltam, hogy szintén a 3.31. ábrán bemutatott modellt felhasználva, 27°-os lamella szögállás esetén és azonos falsúrlódási tényező értékek ( $\mu_{fal} = 0,25$ ) mellett a szemcsék közötti súrlódás értékének változtatása milyen hatással van az anyagáramlás egyenetlenségére. Az alábbi diagram tartalmazza a vizsgálataim eredményeit 0 és 0,5 közötti szemcse-szemcse súrlódási tényező értékek esetén (4.2. ábra).



4.2. ábra: Az anyagáramlás egyenetlensége a szemcse-szemcse súrlódási tényező függvényében 27°-os lamella szögállás esetén

Ebben az esetben az egyenetlenségi tényező értékét az alábbi közelítő egyenlet írja le a szemcsék közötti súrlódási tényező függvényében, 0 és 0,4 közötti tartományban:

$$\xi = -0,8615 \cdot \mu_{szemcse} + 0,5845. \quad (4.3)$$

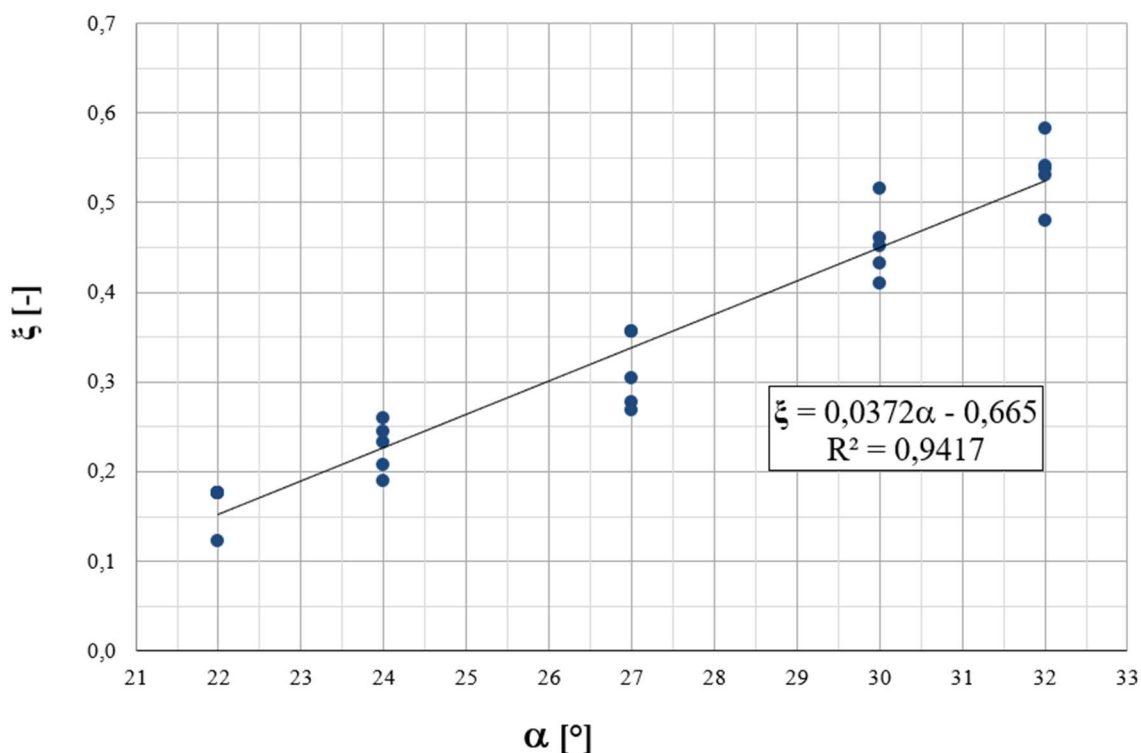
A 0,4 fölötti súrlódási értékek esetén a függvényt konstansnak tekintettem, 0,5-nél nagyobb súrlódási tényező értéket nem vizsgáltam, mivel a kísérletek során ilyen nagy súrlódási tényezővel rendelkező anyaggal nem találkoztam.

Véleményem szerint a szemcsék közötti súrlódás növekedésének hatására csökkenő egyenetlenség magyarázata, hogy a nagyobb súrlódási tényező értékek esetén a szemcsék könnyebben mozognak együtt, mondhatni egymással összekapaszkodva, és így a falsúrlódás hatása kevésbé tud érvényesülni.

Az érzékenységvizsgálatokat egyéb mikromechanikai paraméterekre (szemcsék közötti ütközési tényező, rugalmassági modulusz, szimuláció időléptéke) is elvégeztem, de az egyenetlenség ezekre a paraméterekre nem volt szignifikánsan érzékeny.

#### 4.4. A lamella dőlésszög hatása

A 3.22. ábrán látható modellt felhasználva egyenes lamella esetén megvizsgáltam a lamella dőlésszög hatását a szemcseáramlás egyenetlenségére, ebben az esetben a súrlódási tényező értékek  $\mu_{fal} = 0,25$  és  $\mu_{szemcse} = 0,2$ . A vizsgált lamella dőlésszögek  $22^\circ$  és  $32^\circ$  között változtak (4.3. ábra).



4.3. ábra: Az anyagáramlás egyenetlensége a lamella dőlésszög függvényében

Az adatokra illesztett közelítő függvény egyenlete a vizsgált intervallumon:

$$\xi = 0,0372 \cdot \alpha - 0,665 \quad (4.4)$$

Ebben az esetben az látszik, hogy a közelítő függvény egy negatív értéknél metszi a függőleges tengelyt, amelynek a  $\xi$  érték értelmezési tartományát figyelembe véve nincs értelme, ebben az esetben különösen fontos, hogy a közelítő függvény csak a vizsgált hajlásszög tartományban érvényes. Elképzelhető, hogy kisebb  $\alpha$  értékeket is figyelembe véve a függvény jellege megváltozik, ezt a dolgozatomban nem vizsgáltam.

Az áramlás egyenletlensége szempontjából nyilvánvalóan a  $0^\circ$ -os lamella dőlésszög lenne a legjobb (amikor gyakorlatilag nincsenek lamellák), azonban a szárító berendezésen való áthaladást vizsgálva gyakorlati szempontokat is figyelembe kell venni, emiatt a lamella dőlésszög értékére létezik egy minimális és egy maximális érték, amely alkalmazható.

A szemeknek bizonyos időt el kell tölteniük a szárítóban, hogy a kívánt nedvességtartalom-értéket elérjük, emiatt szükség van a terelő elemekre, továbbá a levegő beáramlásához is szükség van befúvó nyílásokra. Ez az időtartam mérhető lehet, figyelembe véve a bejuttatott levegő hőmérsékletét, illetve a kezdeti és a kívánt nedvességtartalom értékeket, ezáltal meghatározható a lamella dőlésszög minimális értéke. A maximális értéket pedig a halmaz rézsűszöge határozza meg, ha a dőlésszög ennél nagyobb, a halmaz könnyen beboltozódhat. Ezeket a határértékeket azonban a dolgozatomban nem vizsgáltam.

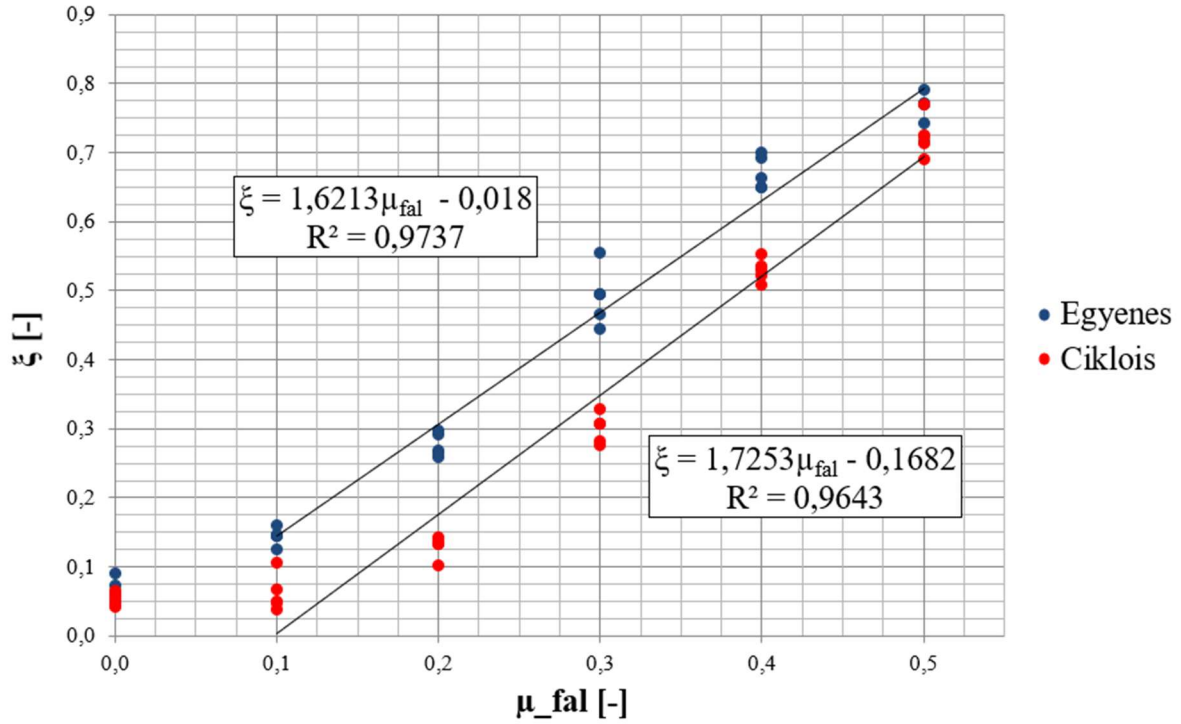
#### 4.5. Optimális lamella geometria

A lamella geometriájának megválasztásakor a brachisztokron-problémát vettem kiindulási alapként, amely szerint konzervatív erőterben, a súrlódást elhanyagolva két pont között (ahol a két pont  $x$  és  $y$  koordinátái nem azonosak) a leggyorsabban bejárható útvonal egy ciklois görbe, ez alapján a lamella geometriájának is a ciklois alakot választottam.

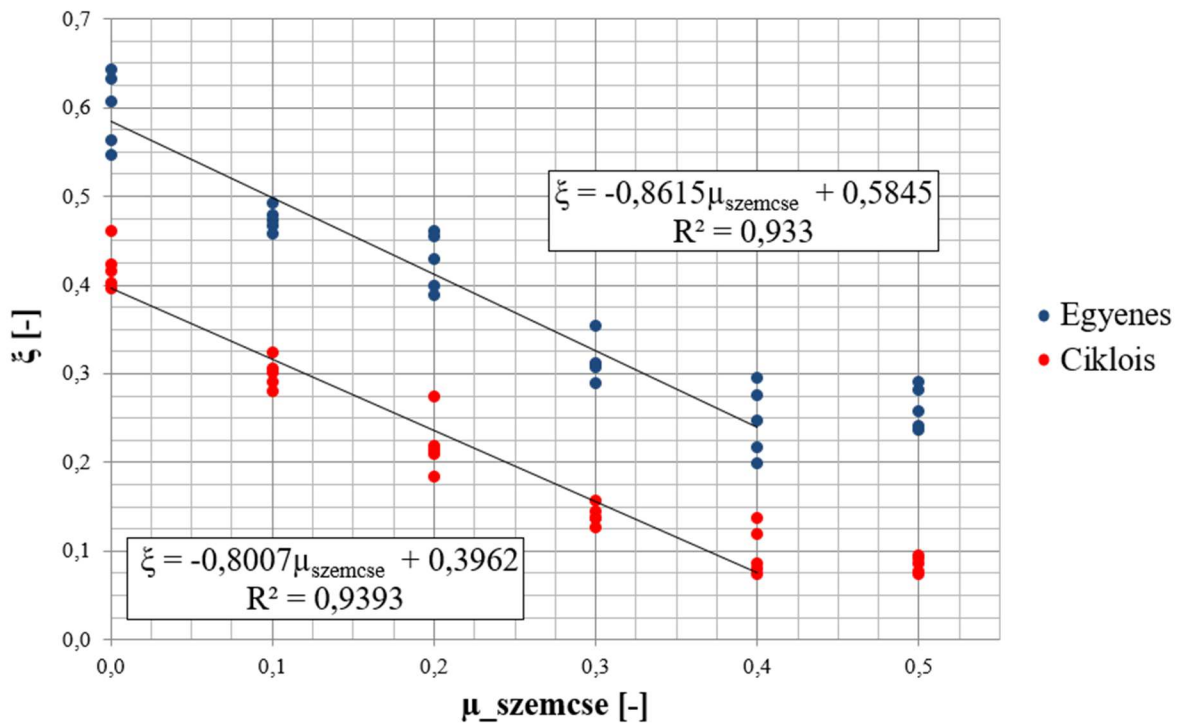
Az általam választott lamella geometria a 3.9 egyenlet szerint a következőképpen írható le:

$$x = 70 - 70 \cdot \sqrt{1 - \frac{y^2}{4900}} + 150 \cdot \arcsin \left[ \frac{y}{70} \right].$$

A 3.31. ábrán bemutatott modellt felhasználva, ciklois alakú lamella esetén is megvizsgáltam a falsúrlódás és a szemcsék közötti súrlódás hatását az áramlás egyenletlenségére. A vizsgálatok eredményeit a 4.4. és 4.5. ábra mutatja be, amely ábrákon a lineáris szakaszokra illesztett egyenletek is láthatók.



4.4. ábra: Az anyagáramlás egyenetlensége a szemcse-fal súrlódási tényező függvényében egyenes (27°-os) és ciklois lamella esetén



4.5. ábra: Az anyagáramlás egyenetlensége a szemcse-szemcse súrlódási tényező függvényében egyenes (27°-os) és ciklois lamella esetén



A diagramokon látható, hogy a ciklois alakú geometria szinte minden vizsgált súrlódási tényező értékre kisebb  $\xi$  áramlási egyenetlenség értéket ad. Az eredmények azt mutatják, hogy ciklois alakú geometria alkalmazása jelentős mértékben javíthatja az anyagáramlás egyenetlenségét, ezen belül pedig a szárítás minőségét.

#### 4.6. Új tudományos eredmények

1. *Egyenetlenségi tényező:* Az anyagáramlás egyenetlenségének jellemzésére (az anyagáramlásban kijelölt sáv mozgását vizsgálva) bevezettem a  $\xi = \frac{y_{max} - y_{min}}{y_{max}}$  egyenetlenségi tényezőt, melynek értéke 0 és 1 között változhat. Értéke minél kisebb, annál egyenetlenebb az áramlás. Az  $y_{max}$  és  $y_{min}$  értékeket a következőképpen definiáltam:

- $y_{max}$  adott idő alatt a kijelölt sávban a legmagasabb pozícióba kerülő szemcse súlypontjának  $y$  koordinátája,
- $y_{min}$  adott idő alatt a kijelölt sávban a legalacsonyabb pozícióba kerülő szemcse súlypontjának  $y$  koordinátája.

Ez a mértékegység nélküli jellemző alkalmas a szárítóbeli anyagmozgási folyamatok egyenetlenségének összehasonlítására.

2. *A falsúrlódás hatása:* Kísérleti vizsgálatok és numerikus szimulációk felhasználásával kimutattam, hogy a falsúrlódás értéke jelentős hatással van az anyagáramlás egyenetlenségére ( $\xi$ ). A kapcsolatot leíró közelítő lineáris függvény (kukoricaszemek mozgása esetén) a  $\mu_{fal} \in [0; 0,5]$  intervallumban,  $\mu_{szemcse} = 0,2$  súrlódási tényező és  $\alpha = 27^\circ$  lamella dőlésszög esetén a következő:

$$\xi = 1,5026 \cdot \mu_{fal} + 0,0255 \quad R^2 = 0,9738$$

3. *A szemcsék közötti súrlódás hatása:* Kísérleti vizsgálatok és numerikus szimulációk felhasználásával kimutattam, hogy a szemcsék közötti súrlódás értéke jelentős hatással van az anyagáramlás egyenetlenségére ( $\xi$ ). A kapcsolatot leíró közelítő lineáris függvény (kukoricaszemek mozgása esetén) a  $\mu_{szemcse} \in [0; 0,4]$  intervallumban,  $\mu_{fal} = 0,25$  súrlódási tényező és  $\alpha = 27^\circ$  lamella dőlésszög esetén a következő:

$$\xi = -0,8615 \cdot \mu_{szemcse} + 0,5845 \quad R^2 = 0,933$$

4. *A lamella dőlésszög hatása:* Kísérleti vizsgálatok és numerikus szimulációk felhasználásával egyenes lamellák esetén meghatároztam a lamella szögállás ( $\alpha$ ) hatását az áramlás egyenetlenségére ( $\xi$ ). A kapcsolatot leíró közelítő lineáris függvény (kukoricaszemek mozgása esetén) az  $\alpha \in [22^\circ; 32^\circ]$  intervallumban,  $\mu_{fal} = 0,25$  és  $\mu_{szemcse} = 0,2$  súrlódási tényező értékek esetén a következő:

$$\xi = 0,0372 \cdot \alpha - 0,665 \quad R^2 = 0,9417$$

5. *Optimális lamella alak:* Analitikus megfontolásokból kiindulva, kísérleti vizsgálatok és numerikus szimulációk segítségével megmutattam, hogy a szárítóberendezésekben ciklois alakú lamellát célszerű alkalmazni. A ciklois alakú lamella alkalmazásával minden általam vizsgált esetben egyenletesebb szemcseáramlást értem el, mint egyenes lamella alkalmazása esetén.

## 5. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK

Dolgozatomban keresztáramú szárítóberendezésekben lezajló szemcsemozgásviszonyok optimalizálásával foglalkoztam. A szakirodalom szerint a szemcsemozgás egyenetlensége alul- és túlszárítást, jelentős veszteségeket okoz. Munkám során kimutattam, hogy az egyenes lamella állásszög változtatása jelentős hatással van a szárítás egyenetlenségére és ezen keresztül a végtermék minőségére. Az egyenetlenség javítása érdekében egyenes lamella esetén elméletben szóba jöhet például súrlódáscsökkentő bevonatok alkalmazása, ez azonban a kopás miatt csak ideiglenes megoldást jelent, ráadásul a költségei is magasak.

A szárítólevegő áramlásával kapcsolatos követelmények minél nagyobb lamella állásszöget, míg az egyenetlenséggel kapcsolatosak minél kisebb állásszöget igényelnek. Ez a két, egymással ellentétes hatás egy optimális állásszög érték létezésére utal, ennek az optimális állásszögnek a meghatározása azonban további vizsgálatokat igényel.

Figyelembe vehető még, hogy a falsúrlódási és a szemcsék közötti súrlódási tényező értékek a szárítóberendezés belsejében nem állandók, a hőmérséklet és a nedvességtartalom változás miatt különböző zónák alakulnak ki, amelyekben a súrlódási tényező más-más értékeket vesz fel. Emiatt a szárítás hatékonyságának növelésére megoldás lehet még, hogy a szárítóberendezésen belül a különböző zónákban a lamellák dőlésszögét megváltoztatjuk, ennek hatását azonban a kutatás során szintén nem vizsgáltam.

A fentieket figyelembe véve látható, hogy az egyenes lamella alkalmazásának megvannak a korlátai, a hatékonyság egy bizonyos határon túl már nem növelhető. További megoldást jelenthet a lamella geometriájának megváltoztatása, mely lehetőség vizsgálata volt a jelen kutatás tárgya.

Bevezettem egy kísérleti úton és numerikus szimulációkban is könnyen felhasználható mértékegység nélküli mennyiséget, amely az áramlás egyenetlenségére jellemző szám. Megmutattam, hogy a szemcsék közötti, illetve a szemcse-fal közötti súrlódás, valamint az egyenes lamella dőlésszöge milyen hatással van az anyagáramlás egyenetlenségére. Analitikus megfontolásokból kiindulva, kísérleti vizsgálatok és numerikus szimulációk segítségével megmutattam, hogy ciklois alakú lamella alkalmazásával egyenletesebb szemcseáramlás érhető el, mint egyenes lamella alkalmazása esetén.

## 6. ÖSSZEFOGLALÁS

A betakarított szemestermények víztartalmának csökkentése (szárítása) elengedhetetlenül fontos része azok további feldolgozásra vagy tárolásra való előkészítésének. A fejlett ipari országok élelmiszer- és alapanyag igényét kielégítő mennyiségű szemestermény természetes úton nem szárítható: mesterséges szárítás szükséges. A mesterséges szárítás igen magas energiaigénye és esetenként környezetkárosító hatása miatt igyekeznünk kell a szárítás feladatát a lehető legnagyobb hatékonysággal elvégezni.

A keresztáramú szárítóberendezések jellemzően szakaszos működésűek. Szárítás közben a termény függőleges irányban lefelé halad, a haladás során terelő lamellák biztosítják, hogy megfelelő mennyiségű levegő jusson a berendezésbe, illetve a szemek megfelelő ideig tartózkodjanak a szárítóban.

Korábbi kutatások kimutatták, hogy a keresztáramú szárítóberendezésekben a terelőlemezek (lamellák) körül megjelenő egyenetlen szemcseáramlás egyenetlen száradáshoz és ezáltal a termény felhasználhatatlanná válásához vezethet. Egy klasszikus mechanikai probléma, a brachisztokron-probléma és a korszerű numerikus módszerek (jelen esetben a diszkrét elemek módszere) segítségével sikerült optimalni a lamellák geometriáját és ezáltal csökkenteni a szemcseáramlás egyenetlenségét.

A szárítóberendezésen belüli szemcsemozgás egyenetlenségére bevezetésre került a  $\xi$  egyenetlenségi tényező, amely paraméter segítségével a szemcsehalmaz különböző sávjaiban leírhatók és összehasonlíthatóak a szemcseáramlási folyamatok. Kimutattam, hogy a  $\xi$  egyenetlenségi tényező lineárisan függ a szemcse-fal közötti és a szemcsék közötti súrlódási tényező értékektől.

Ipari, illetve modellszárítón elvégzett kísérletek segítségével és numerikus modellek felhasználásával kimutattam, hogy az egyenes lamellák helyett célszerű ciklois alakú terelőelemeket alkalmazni. Figyelembe véve a megvizsgált szemcse-fal és szemcse-szemcse súrlódási tényező értékeket úgy találtam, hogy a ciklois alakú lamella alkalmazása akár 30%-al is csökkentheti a szemcseáramlás egyenetlenségét.

## 7. SUMMARY

Drying harvested grain crops prior to storage is a crucial task in the prevailing climatic conditions of Europe. Drying is an extremely energy-intensive process. Its inappropriate application leads to environmental pollution, quality deterioration, and ultimately significant financial losses.

Various methods are available for conducting drying operations, with the mixed flow dryer being one of the most employed approach. The mixed flow dryer utilizes air blower systems to redirect the flow of the granulate. Previous research has indicated that uneven distribution of grain flow around the air blower lamellae can cause drying irregularities. By leveraging insights from a long-established classical mechanical problem (the Brachistochrone problem) and harnessing the explicit dynamical modelling capabilities offered by contemporary computing technology (Discrete element method) an optimized lamella geometry was successfully devised that minimizes the non-uniformity of particle flow.

To quantify the unevenness of material flow within the dryer, the dimensionless displacement ratio  $\xi$  was used. This parameter allows for the characterization of the uniformity of material movement within a designated band and provides a suitable tool for comparing the uniformity of material movement processes within the dryer.

Using experimental investigations and numerical simulations it was demonstrated that it is advantageous to employ cycloidal-shaped lamellae in drying devices. It was found that the particle displacement ratio  $\xi$  shows linear dependence on the particle-particle and the particle-wall friction coefficients. The cycloidal lamella, under all examined friction coefficient values between particle-wall and particle-particle interactions, can result in up to a 30% improvement in the displacement ratio.

## MELLÉKLETEK

### M1. Irodalomjegyzék

1. ANAND, A., CURTIS, J.S., WASSGREN, C.R., HANCOCK, B.C., KETTERHAGEN, W.R. (2008): Predicting discharge dynamics from a rectangular hopper using discrete element method (DEM), *Chemical Engineering Science*, 24, 5821-5830 p.
2. ARTONI, R., ZUGLIANO, A., PRIMAVERA, A., CANU, P., SANTOMASO, A. (2011): Simulation of dense granular flows: Comparison with experiments, *Chemical Engineering science*, 66, 548-557 p.
3. AYUGA, F., GUAITA, M., AGUADO, P. (2001): Static and Dynamic Silo Loads using Finite Element Models, *Journal of Agricultural Engineering Research*, 78 (3), 299-308 p.
4. BABLENA, A., SCHREMPF, N., KEPPLER, I. (2021): The effect of particle shape on the angle of repose test based calibration of discrete element models. *Hungarian Agricultural Engineering*, 40 39-46. p.
5. BAGI K. (2007): A diszkrét elemek módszere, BME Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, Budapest, 73 p.
6. BAKER, C.G.J. (1997): Industrial Drying of Foods, Springer US, 978-0-7514-0384-8
7. BARSUK, A.A., PALADI, F.: On parametric representation of brachistochrone problem with Coulomb friction. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 148, 104265
8. BEKE J. (1997): Terményszárítás, Agroinform, Budapest, 419 p.
9. BERNOULLI, J. (1696): Problema novum ad cujus solutionem Mathematici invitatur. *Acta Eruditorum*, 18, 269 p.
10. BRUCE, D.M. (1984): Simulation of multiple-bed concurrent-, counter-, and mixed-flow grain driers, *Journal of Agricultural Engineering Research*, 30, 361-372 p.
11. CENKOWSKI, S., MIKETINAC, M., KELM, A. (1990): Airflow patterns in a mixed-flow dryer, *Canadian Agricultural Engineering*, 32, 85-90 p.
12. COETZEE, C.J. (2017): Review: Calibration of the discrete element method. *Powder Technology*, 310, 104-142. p.
13. COETZEE, C.J. (2020): Calibration of the discrete element method: Strategies for spherical and non-spherical particles. *Powder Technology*, 364, 851-878. p.
14. COETZEE, C.J., ELS, D.N.J. (2009): Calibration of discrete element parameters and the modelling of silo discharge and bucket filling. *Computers and Electronics in Agriculture*, 65, 198-212. p.
15. COETZEE, C.J., NEL, R.G. (2014): Calibration of discrete element properties and the modeling of packed rock beds. *Powder Technology*, 264, 332-342. p.

16. ČOVIĆ, V., VESKOVIĆ, M. (2008): Brachistochrone on a surface with Coulomb friction. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40, 437-450 p.
17. CUNDALL, P.A., STRACK, O.D.L. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29 (1), 47-65. p.
18. DEM Solutions (2012): EDEM User's Guide, *DEM Solutions*, Edinburgh.
19. ENSTAD, G. (1975): On the theory of arching in mass flow hoppers, *Chemical Engineering Science*, 30, 1273-1283 p.
20. EULER, L. (1744): Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti.
21. GINER, S.A., BRUCE, D.M., MORTIMORE, S. (1998): Two-Dimensional Simulation Model of Steady-state Mixed-flow Grain Drying. Part 1: The Model, *Journal of Agricultural Engineering Research*, 71 (1), 37-50 p.
22. GINER, S.A., BRUCE, D.M. (1998): Two-Dimensional Simulation Model of Steady-state Mixed-flow Grain Drying. Part 2: Experimental Validation, *Journal of Agricultural Engineering Research*, 71 (1), 51-66 p.
23. GOLSHAN, S., ESGANDARI, B., ZARGHAMI, R., BLAIS, B., SALEH, K. (2020): Experimental and DEM studies of velocity profiles and residence time distribution of non-spherical particles in silos. *Powder Technology*, 373, 510-521. p.
24. GONZÁLEZ-MONTELLANO, C., RAMÍREZ, Á., GALLEGO, E. AYUGA, F. (2011): Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silos. *Chemical Engineering Science*, 66 (21), 5116-5126. p.
25. GONZALEZ-MONTANELLO, C., RAMÍREZ, A., FUENTES, J.M., AYUGA, F. (2012): Numerical effects derived from en masse filling of agricultural silos in DEM simulations, *Computers and Electronics in Agriculture*, 81, 113-123 p.
26. GRIMA, A.P., WYPYCH, P.W. (2010): Development and validation of calibration methods for discrete element modelling, *Granular Matter*, 13, 127-132 p.
27. HAYEN, J.C. (2005): Brachistochrone with Coulomb friction. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40, 1057-1075 p.
28. HORABIK, J., PARAFINIUK, P., MOLENDĄ, M. (2016): Experiments and discrete element method simulations of distribution of static load of grain bedding at bottom of shallow model silo, *Biosystems Engineering*, 149, 60-71 p.
29. JANSSEN, H.A. (1895): Versuche über Getreidedruck in Silozellen. *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, 39 (35), 1045-1049. p.
30. JENIKE, A.W. (1964a): Steady Gravity Flow of Frictional–Cohesive Solids in Converging Channels. *Journal of Applied Mechanics*, 31 (1), 5-11. p.

31. JENIKE, A.W. (1964b): Storage and flow of solids, Bulletin No. 123, Utah Engineering Experiment Station, University of Utah, Salt Lake City, UT.
32. JOKINIEMI, H.T., AHOKAS, J.M. (2014): Drying process optimisation in a mixed-flow batch grain dryer, *Biosystems Engineering*, 121, 209-220 p.
33. KEPPLER I. (2006): Szemcsés anyagok természetes boltozódása, doktori (PhD) értekezés, 116 p.
34. KEPPLER, I. (2009): Arching in silos, a new model. *Bulletin of SZIE*, 331-342 p.
35. KEPPLER, I. (2013): Failure analysis of pebble bed reactors during earthquake by discrete element method, *Nuclear Engineering and Design*, 258, 102-106 p.
36. KEPPLER, I., KOCSIS, L., OLDAL, I., FARKAS, I., CSATÁR, A. (2012): Grain velocity distribution in a mixed flow dryer. *Advanced Powder Technology*, 23, 824-832. p.
37. KEPPLER, I., SAFRANYIK, F., OLDAL, I. (2016): Shear test as calibration experiment for DEM simulations: a sensitivity study. *Engineering Computations*, 33 (3), 742-758. p.
38. KEPPLER, I., BABLENA, A., SALMAN, N.D., KISS, P. (2022): Discrete element model calibration based on in situ measurements. *Engineering Computations*, 39 (5), 1947-1961. p.
39. KEPPLER, I., BABLENA, A. (2024): Optimal lamella geometry for mixed flow dryers. *Archive of Applied Mechanics*, 94 (4), 961-972. p.
40. KHATCHATOURIAN, O.A., VIELMO, H.A., BORTOLAIA, L.A. (2013): Modelling and simulation of cross flow grain dryers. *Biosystems Engineering*, 116, 335-345 p.
41. KHATCHATOURIAN, O.A., BINELO, M.O., LIMA, R.F. (2014): Simulation of soya bean flow in mixed-flow dryers using DEM, *Biosystems Engineering*, 123, 68-76. p.
42. KLINGER, J (1977): Einige thermodynamische und strömungstechnische Untersuchungen zur Modellierung der Vorgänge in Dächerschachttrocknern für Getreidekörner. PhD Dissertation. TUV Dresden.
43. KOCSIS, L., TEODOROV, T., MELLMANN, J., GOTTSCHALK, K., MÉSZÁROS, Cs., FARKAS, I. (2008): Analysis of grain mass flow experiments in a mixed flow dryer, Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, Szöul, Dél-Korea, 2008. július 6-11., 1608-1612 p.
44. KRUGGEL-EMDEN, H., RICKELT, S., WIRTZ, S., SCHERER, V. (2009): A Numerical Study on the Sensitivity of the Discrete Element Method for Hopper Discharge, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 131 (3), 031211
45. KRUSZELNICKA, W. (2021): Study of Selected Physical-Mechanical Properties of Corn Grains Important from the Point of View of Mechanical Processing Systems Designing. *Materials*, 14, 1467, 1-33. p.



46. KUHN, M.R., BAGI, K. (2009): Specimen Size Effect in Discrete Element Simulations of Granular Assemblies, *Journal of Engineering Mechanics*, 135 (6), 485–492 p.
47. LEIBNITZ, G.W. (1697): *Acta Eruditorum*, 19, 201-205 p.
48. LI, Y., XU, Y., JIANG, S. (2009): DEM simulations and experiments of pebble flow with monosized spheres, *Powder Technology*, 193, 312-318 p.
49. LORENZONI, R.K., BINELO, M.O., KHATCHATOURIAN, O., ZIGANSHIN, B.G., BINELO, M.F.B. (2020): Quasi-2D simulation of soya beans flow in mixed flow dryer. *Journal of Stored Products Research*, 89, 1-9. p.
50. LU, G., THIRD, J.R., MÜLLER, C.R. (2015): Discrete element models for non-spherical particle systems: From theoretical developments to applications. *Chemical Engineering Science*, 127, 425-465 p.
51. MASSON, S., MARTINEZ, J. (2000): Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element simulations, *Powder Technology*, 109 (1-3), 164-178 p.
52. MELLMAN, J., TEODOROV, T. (2011): Solids transport in mixed-flow dryers. *Powder Technology*, 205, 117-125. p.
53. MELLMANN, J., IROBA, K.L., METZGER, T., TSOTSAS, E., MÉSZÁROS, Cs., FARKAS, I. (2011): Moisture content and residence time distributions in mixed-flow grain dryers. *Biosystems Engineering*, 109, 297-307. p.
54. MOYA, M., AGUADO, P.J., AYUGA, F. (2013): Mechanical properties of some granular agricultural materials used in silo design. *International Agrophysics*, 27, 181-193. p.
55. MUJUMDAR A.S., BEKE J. (2002): Gyakorlati szárítás, Szaktudás Kiadóház, Budapest, 247 p.
56. NEWTON, I. (1697): *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 19, 424-425 p.
57. OLDAL, I., KEPPLER, I., CSIZMADIA, B., FENYVESI, L. (2012): Outflow properties of silos: The effect of arching. *Advanced Powder Technology*, 23, 290-297. p.
58. OLDAL, I., SAFRANYIK, F. (2015): Extension of silo discharge model based on discrete element method. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 29 (9), 3789-3796. p.
59. OLDAL, I., SAFRANYIK, F., KEPPLER, I. (2017): Reducing computational time of cohesionless discrete simulations based on particle clusters, *Engineering Computations*, 34 (2), 648-663 p.
60. PESCH, H. J. (2012): The Princess and Infinite-Dimensional Optimization *Documenta Mathematica* Extra Volume ISMP 345–356 p.
61. RISTOW, G.H. (1997): Outflow rate and wall stress for two-dimensional hoppers, *Physica A*, 235, 319-326 p.

62. RUMSEY, T.R., ROVEDO, C.O. (2001): Two-dimensional simulation model for dynamic cross-flow rice drying, *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 40 (4), 355-362 p.
63. SIMONS, T.A.H., WEILER, R., STREGE, S., BENSMANN, S., SCHILLING, M. KWADE, A. (2015): A ring shear tester as calibration experiment for DEM simulations in agitated mixers – a sensitivity study. *Procedia Engineering*, 102 (1), 741-748. p.
64. SITOMPUL, J.P. (2007): Modelling and Simulation of Momentum, Heat, and Mass Transfer in a Deep-Bed Grain Dryer, *Drying Technology*, 21 (2), 217-229 p.
65. SUMBATOV, A.S. (2017): Brachistochrone with Coulomb friction as the solution of an isoperimetrical variational problem. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 88, 135-141 p.
66. TALAFHA, M., OLDAL, I. (2022): The Effect of Triple Particle Sizes on the Mechanical Behaviour of Granular Materials using Discrete Element Method (DEM), *FME Transactions*, 50 (1), 139-148 p.
67. TALAFHA, M., OLDAL, I., GARNEOUI, S. (2022): Study the particle size impact on the mechanical behaviour of granular material by discrete element method, *FME Transactions*, 50 (3), 473-483 p.
68. TAO, H., JIN, B., ZHONG, W., WANG, X., REN, B., ZHANG, Y., XIAO, R. (2010): Discrete element method modeling of non-spherical granular flow in rectangular hopper. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 49, 151-158. p.
69. TARDOS, G.I. (1997): A fluid mechanistic approach to slow, frictional flow of powders, *Powder Technology*, 92, 61-74 p.
70. TAYLOR, J.R. (2005): Classical Mechanics. University Science Books, Colorado, 786 p.
71. VANEL, L., CLAUDIN, Ph., BOUCHAUD, J.-Ph., CATES, M.E., CLÉMENT, E., WITTMER, J.P. (2000): Stresses in Silos: Comparison Between Theoretical Models and New Experiments, *Physical Review Letters*, 84 (7), 1439-1442 p.
72. WEIGLER, F., MELLMANN, J. (2014): Investigation of grain mass flow in a mixed flow dryer. *Particuology*, 12, 33-39. p.
73. WENSRICH, C.M.: Evolutionary solutions to the brachistochrone problem with Coulomb friction. *Mechanics Research Communications*, 31, 151-159 p.
74. WU, B., YANG, W., JIA, C. (2004): A Three-dimensional Numerical Simulation of Transient Heat and Mass Transfer inside a Single Rice Kernel during the Drying Process, *Biosystems Engineering*, 87 (2), 191-200 p.

75. YANG, S.C., HSIAU, S.S. (2001): The simulation and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts, *Powder Technology*, 120 (3), 244-255 p.
76. ZHOU, B., HUANG, R., WANG, H., WANG, J. (2013): DEM investigation of particle anti-rotation effects on the micromechanical response of granular materials. *Granular Matter*, 15 (3), 315-326 p.

## M2. Az értekezés témaköréhez tartozó saját publikációk

### *IF-es, Q1, Q2 idegen nyelvű folyóiratcikk*

KEPPLER, I., BABLENA, A., DAWOOD SALMAN, N., KISS, P. (2022): Discrete element model calibration based on in situ measurements. *Engineering Computations*, 39 (5), 1947-1961. p. (Q2 in Engineering (miscellaneous), IF: 1,593)

KEPPLER, I., BABLENA, A. (2024): Optimal Lamella Geometry for Mixed Flow Dryers. *Archive of Applied Mechanics*, 94 (4) 961-972. p. – (Q2 in Mechanical Engineering, IF: 2,8)

### *Lektorált cikk világnyelven*

OLDAL, I., KEPPLER, I., BABLENA, A., SAFRANYIK, F., VARGA, A. (2014): On the Discrete Element Modeling of Agricultural Granular Materials. *Mechanical Engineering Letters*, 11, 8-17. p.

KEPPLER, I., OLDAL, I., SAFRANYIK, F., BABLENA, A. (2016): Calibration of discrete element models, *Mechanical Engineering Letters*, 14, 140-151. p.

BABLENA, A., SCHREMPF, N., KEPPLER, I. (2021): The effect of particle shape on the angle of repose test based calibration of discrete element models. *Hungarian Agricultural Engineering*, 40, 39-46. p.

HUANG, J., KEPPLER, I., BABLENA, A. (2024): Breakage and shear testing of corn and wheat particles, *Mechanical Engineering Letters*, 25, 182-195. p.

KEPPLER, I., BABLENA, A. (2024): Optimal material flow channels of cross flow dryers, *Hungarian Agricultural Engineering*, 43, 26-36. p.

BABLENA, A., BEKE, J., KEPPLER, I. (2025): Particle motion in mixed flow dryers: the effect of wall inclination angle, *Research in Agricultural Engineering*, in press.

### *Lektorált cikk magyar nyelven*

BABLENA A., KEPPLER I. (2019): Szárítóberendezésben lezajló térbeli anyagáramlási folyamatok modellezése. *Mezőgazdasági Technika*, 60 (5), 2-5. p.

BABLENA A. (2024): Diszkrét elemes modellek kalibrálási lehetőségei, *Mezőgazdasági Technika*, 65 (8), 2-5. p.

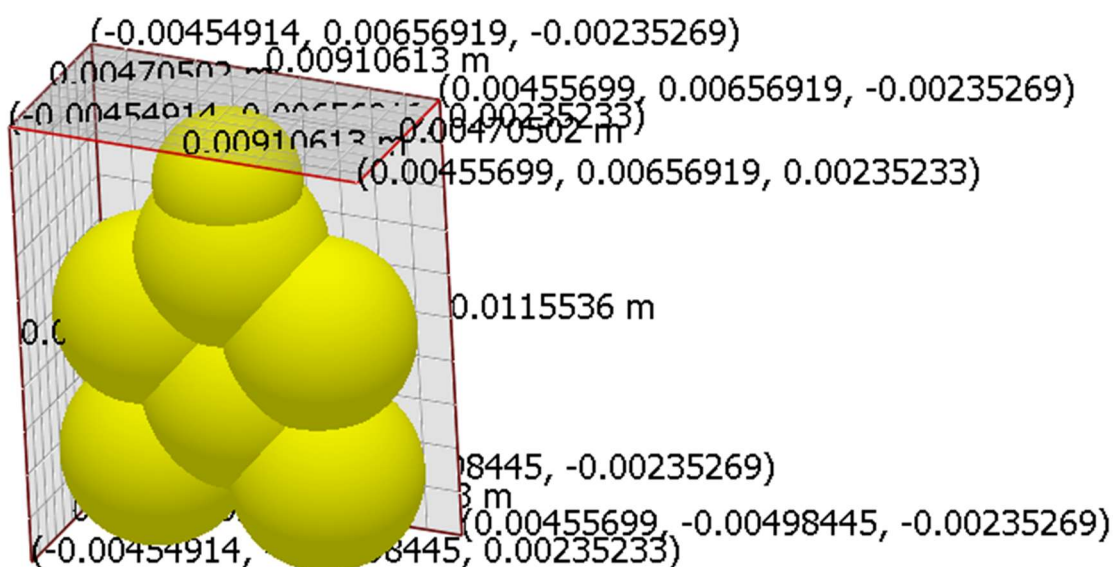
### *Nemzetközi konferenciakiadványok*

BABLENA, A. (2009): Discrete element modeling of pressure distribution in silos. ZTS International Technical Conference, 2009. május 10-17., Temesvár, 309-315. p.

SAFRANYIK, F., KEPPLER, I., BABLENA, A. (2017): DEM Calibration – A complex optimization problem. International Conference of Control, Artificial Intelligence, Robotics & Optimization, 2017. május 20-22., Prága, 198-202. p.

### M3. A numerikus modellekben felhasznált szemcsék tulajdonságai

#### 1. Lapos szemcse



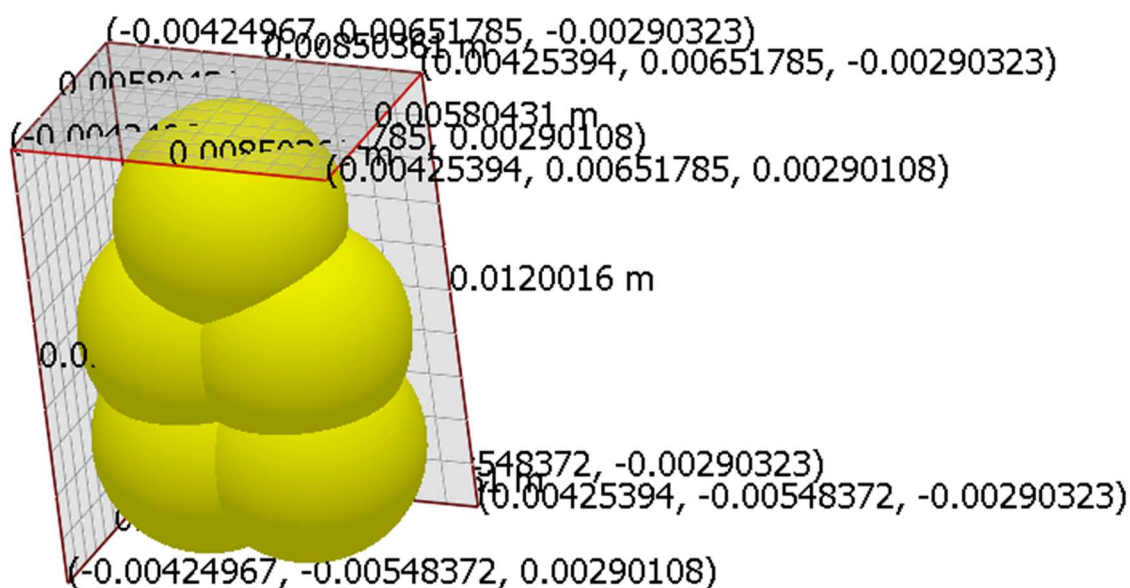
A szemcsét felépítő gömbök sugara és súlypontjának koordinátái:

	X koordináta [m]	Y koordináta [m]	Z koordináta [m]	Gömb sugara [m]
1	-0,0022	-0,0026	0	0,00235
2	0,0022	-0,0026	0	0,00235
3	-0,0022	0,0010	0	0,00235
4	0,0022	0,0010	0	0,00235
5	0	-0,0010	0	0,00235
6	0	0,0029	0	0,00235
7	0	0,0048	0	0,00180

A szemcse fizikai tulajdonságai:

$m$ tömeg [kg]:	$3,183 \cdot 10^{-4}$
$V$ térfogat [m <sup>3</sup> ]:	$2,698 \cdot 10^{-7}$
$J_X$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,618 \cdot 10^{-9}$
$J_Y$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$1,917 \cdot 10^{-9}$
$J_Z$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$3,761 \cdot 10^{-9}$

## 2. Szögletes szemcse



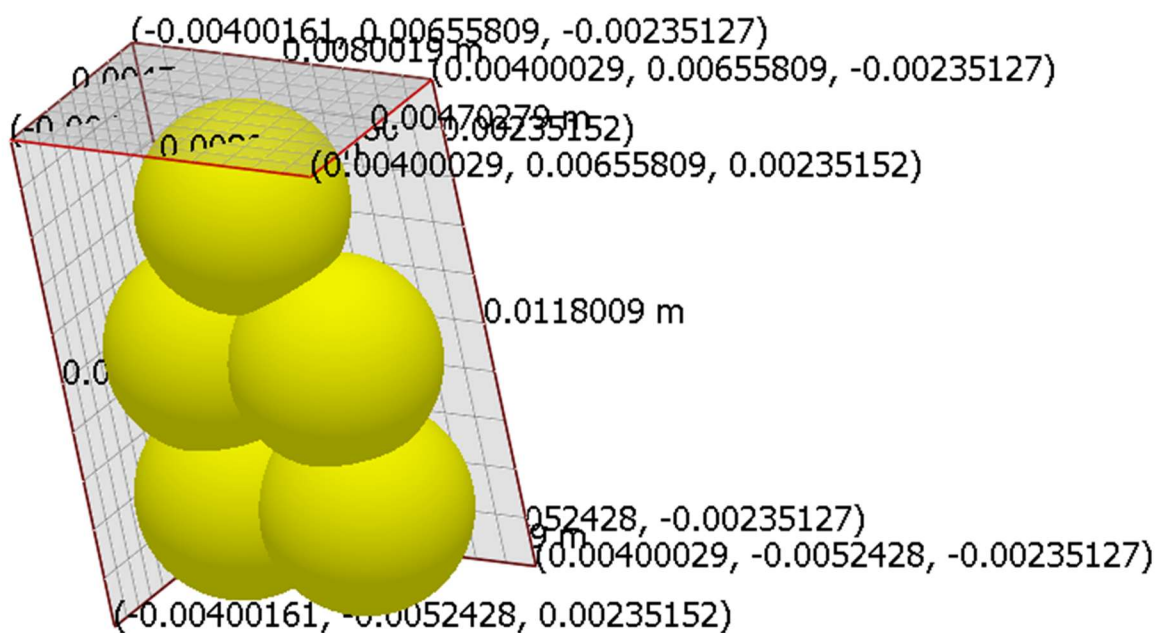
A szemcsét felépítő gömbök sugara és súlypontjának koordinátái:

	X koordináta [m]	Y koordináta [m]	Z koordináta [m]	Gömb sugara [m]
1	-0,0013	-0,0026	0	0,0029
2	-0,0013	0,0005	0	0,0029
3	0,0013	-0,0026	0	0,0029
4	0,0013	0,0005	0	0,0029
5	0	0,0036	0	0,0029

A szemcse fizikai tulajdonságai:

$m$ tömeg [kg]:	$4,189 \cdot 10^{-4}$
$V$ térfogat [m <sup>3</sup> ]:	$3,550 \cdot 10^{-7}$
$J_x$ tehetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$4,387 \cdot 10^{-9}$
$J_y$ tehetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,409 \cdot 10^{-9}$
$J_z$ tehetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$5,179 \cdot 10^{-9}$

### 3. Hosszúkás szemcse



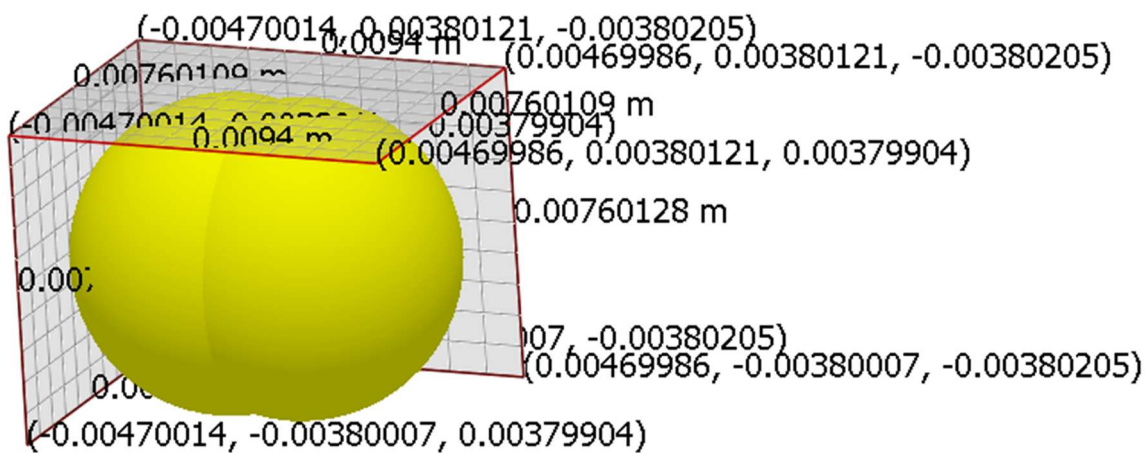
A szemcsét felépítő gömbök sugara és súlypontjának koordinátái:

	X koordináta [m]	Y koordináta [m]	Z koordináta [m]	Gömb sugara [m]
1	-0,0016	-0,0029	0	0,00235
2	-0,0016	0,0007	0	0,00235
3	0,0016	-0,0029	0	0,00235
4	0,0016	0,0007	0	0,00235
5	0	0,0042	0	0,00235

A szemcse fizikai tulajdonságai:

$m$ tömeg [kg]:	$2,899 \cdot 10^{-4}$
$V$ térfogat [m <sup>3</sup> ]:	$2,456 \cdot 10^{-7}$
$J_X$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,840 \cdot 10^{-9}$
$J_Y$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$1,354 \cdot 10^{-9}$
$J_Z$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$3,513 \cdot 10^{-9}$

#### 4. Kerek szemcse



A szemcsét felépítő gömbök sugara és súlypontjának koordinátái:

	X koordináta [m]	Y koordináta [m]	Z koordináta [m]	Gömb sugara [m]
1	-0,0009	0	0	0,0038
2	0,0009	0	0	0,0038

A szemcse fizikai tulajdonságai:

$m$ tömeg [kg]:	$3,657 \cdot 10^{-4}$
$V$ térfogat [m <sup>3</sup> ]:	$3,099 \cdot 10^{-7}$
$J_x$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,235 \cdot 10^{-9}$
$J_y$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,841 \cdot 10^{-9}$
$J_z$ tehetetlenségi nyomaték [kgm <sup>2</sup> ]:	$2,841 \cdot 10^{-9}$



#### M4. Kukorica rugalmassági moduluszának meghatározása

A számításokhoz a 3.3-3.5 összefüggéseket használtam fel.

$F_0$  – Terhelőerő a rugalmas szakasz kezdetén [N]

$\sigma_0$  – Feszültség a rugalmas szakasz kezdetén [MPa]

$F_v$  – Terhelőerő a rugalmas szakasz végén [N]

$\sigma_v$  – Feszültség a rugalmas szakasz végén [MPa]

$L_0$  – Keresztfej pozíciója a rugalmas szakasz kezdetén [mm]

$\varepsilon_0$  – Fajlagos nyúlás a rugalmas szakasz kezdetén [-]

$L_v$  – Keresztfej pozíciója a rugalmas szakasz végén [mm]

$\varepsilon_v$  – Fajlagos nyúlás a rugalmas szakasz végén [-]

A befoglaló téglatest alapjának területe ( $A$  felület):  $12,1 \cdot 9,1 = 85,91 \text{mm}^2$

A befoglaló téglatest vastagsága:  $4,7 \text{ mm}$

A  $\nu$  Poisson-tényező:  $0,31$

(A felhasznált befoglaló méretek a 'Hosszúkás' kukoricaszem átlagos méretei)

$F_0$ [N]	$\sigma_0$ [MPa]	$F_v$ [N]	$\sigma_v$ [MPa]	$L_0$ [mm]	$\varepsilon_0$ [-]	$L_v$ [mm]	$\varepsilon_v$ [-]
100	1,164	400	4,656	1,65	0,351	1,92	0,408
100	1,164	800	9,312	1,48	0,314	1,82	0,387
100	1,164	400	4,656	1,48	0,314	1,72	0,365
100	1,164	500	5,820	1,31	0,278	1,59	0,338
50	0,582	300	3,492	1,1	0,234	1,27	0,270
200	2,328	800	9,312	1,06	0,225	1,38	0,293
50	0,582	400	4,656	1,45	0,308	1,9	0,404
50	0,582	300	3,492	1,4	0,297	1,8	0,382
100	1,164	500	5,820	1,2	0,255	1,38	0,293
100	1,164	600	6,984	1,03	0,219	1,4	0,297
100	1,164	600	6,984	0,97	0,206	1,3	0,276

$\Delta\sigma$ [MPa]	$\Delta\varepsilon$ [-]	$E$ [MPa]	$G$ [MPa]
3,492	0,057	60,787	23,201
8,148	0,072	112,635	42,990
3,492	0,051	68,385	26,101
4,656	0,059	78,154	29,830
2,910	0,036	80,453	30,707
6,984	0,068	102,578	39,152
4,074	0,095	42,550	16,240
2,910	0,085	34,192	13,050
4,656	0,038	121,574	46,402
5,820	0,078	73,930	28,217
5,820	0,070	82,891	31,637
<b>Átlagértékek:</b>		<b>78,012</b>	<b>29,775</b>

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Szeretnék köszönetet mondani a GINOP-2.1.2-8-1-4-16-2017-00285, a GINOP-2.1.2-8.1.4-16-2017-00187 és a GINOP-2.1.2-8-1-4-16-2017-00188 pályázatoknak a kutatás finanszírozásáért és hogy lehetővé tették a kísérleti vizsgálatok elvégzését.

Sajnos nem lehetséges mindenkit név szerint megemlíteni, de ezúton szeretnék mindenkinek köszönetet mondani, aki bármilyen formában hozzájárult a kutatás elvégzéséhez, a disszertáció elkészítéséhez és a védés megvalósulásához.

Név szerint szeretném említeni édesapámat, Bablena Mátyást, aki gyerekkorom óta a példamutatásával inspirált, hogy ezt a nehéz, de nagyon szép hivatást válasszam. További köszönet jár Dr. M. Csizmadia Béla professzor úrnak, aki sajnos már nem lehet velünk, de elhivatottságával és rendkívüli előadóképességével már az első egyetemi naptól kezdve felkeltette a figyelmemet a mechanika iránt és tanulmányaim során végig szigorúan, de megértéssel vezetett az úton.

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Keppler Istvánnak a szakmai útmutatást és a rengeteg türelmet és kitartást, ami a témavezetéssel jár. További köszönet illeti Dr. Oldal István kollégámat, aki szintén rengeteg hasznos tanáccsal és végtelen türelemmel segítette a munkámat.

Végül szeretném megköszönni a férjemnek, Bércesi Gábornak a házastársi támogatást, illetve Dr. Szalay Kornélnak a numerikus szimulációk elvégzéséhez való hozzájárulását és a baráti támogatását.